

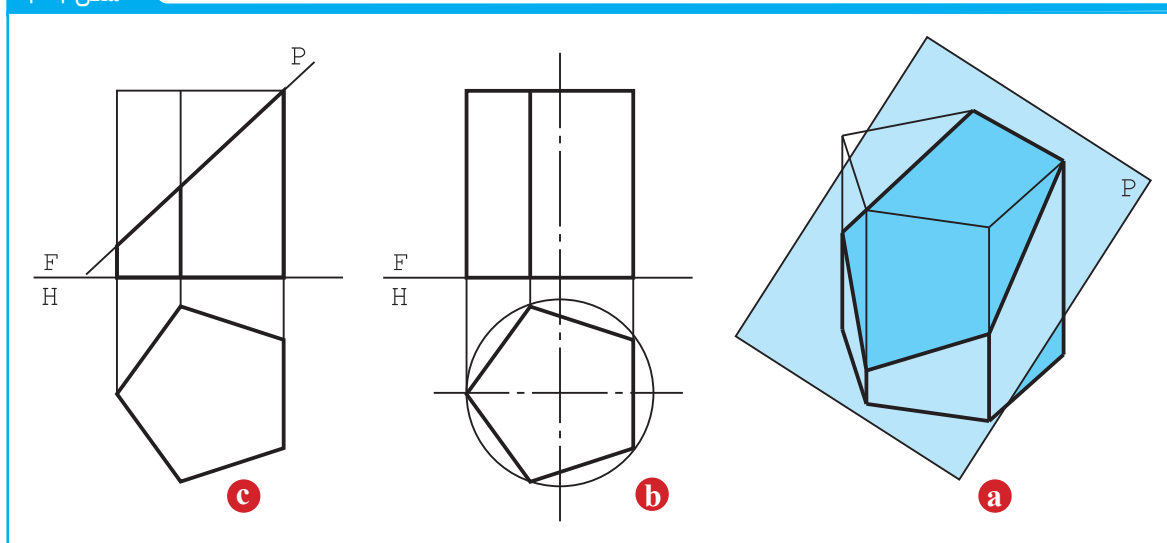
۱-۴- برخورد صفحه و جسم

هر جسم را می‌توان با یک یا چند صفحه برش داد. این برش را برخورد صفحه با جسم هم می‌گویند. این کار به دلیل نیاز در ساخت انجام می‌شود. پیش از این با اجسامی مانند هرم یا مخروط ناقص آشنا شدیم. اکنون به نمونه‌های دیگری پردازیم.

۲-۴- برش منشور

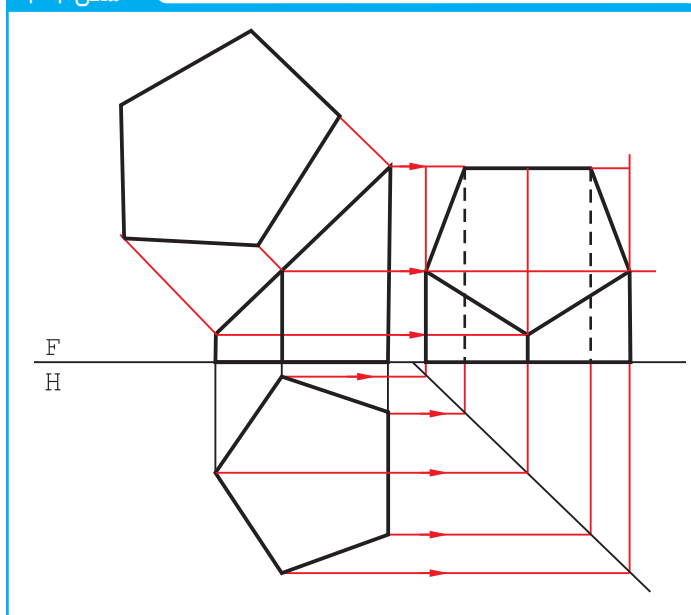
در شکل ۱-۴ یک منشور کامل دیده می‌شود. آن را با یک صفحه‌ی منتصب برش می‌دهیم.

شکل ۱-۴



فرض می‌کنیم که قسمت پایین تصویر مورد نظر باشد. به همین دلیل قسمت جدا شده با خط نازک نمایش داده شده است.

شکل ۲-۴



دیده می‌شود که نمای افقی بدون تغییر باقی می‌ماند، زیرا بدنه‌ی آن از صفحه‌های جبهه‌ی قائم ساخته شده است (شکل‌های b و c).

۱-۲-۴- اندازه‌ی حقیقی مقطع:

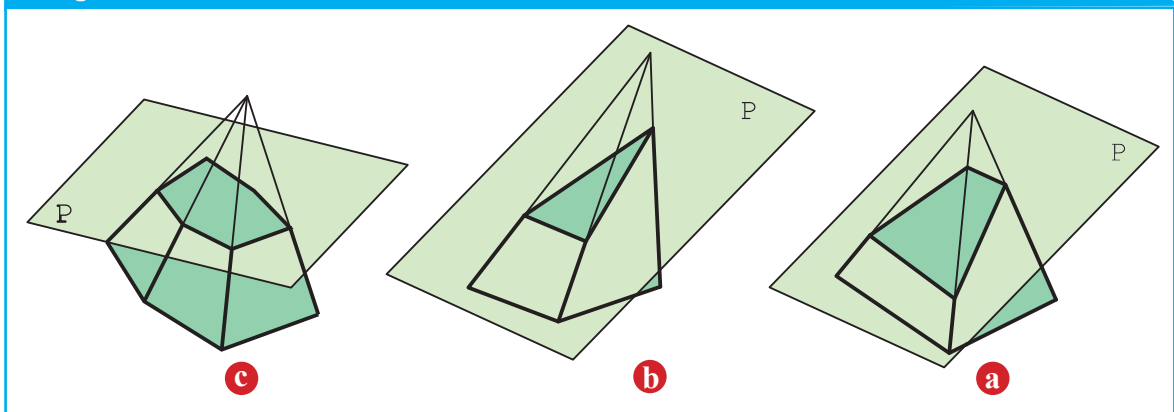
بدیهی است، در نماهای موجود سطحی که در اثر برش به دست می‌آید، اندازه‌ی واقعی ندارد. پس طبق شکل ۲-۴ اندازه‌ی حقیقی آن را مشخص می‌کنیم.

تصویر جانبی جسم هم به کمک خط‌های رابط به دست آمده است.

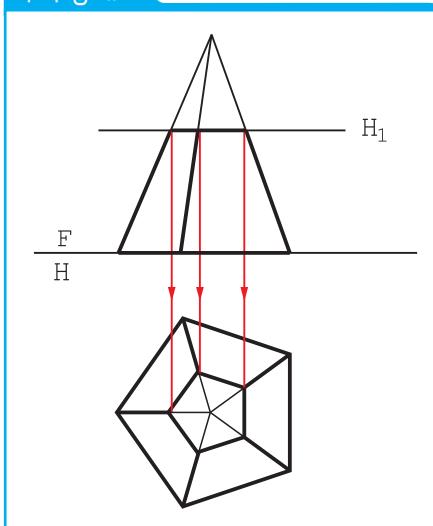
۴-۳- برش هرم

هرم را می‌توان با صفحه‌های مختلف مانند افقی یا منتصب برش داد. تصویر افقی هم پس از برش، به دلیل شیب یال‌ها، دچار تغییراتی خواهد شد. شکل ۳-۴ هرم‌هایی را که با یک صفحه برش خورده‌اند نشان می‌دهد.

شکل ۳-۴



شکل ۴-۴

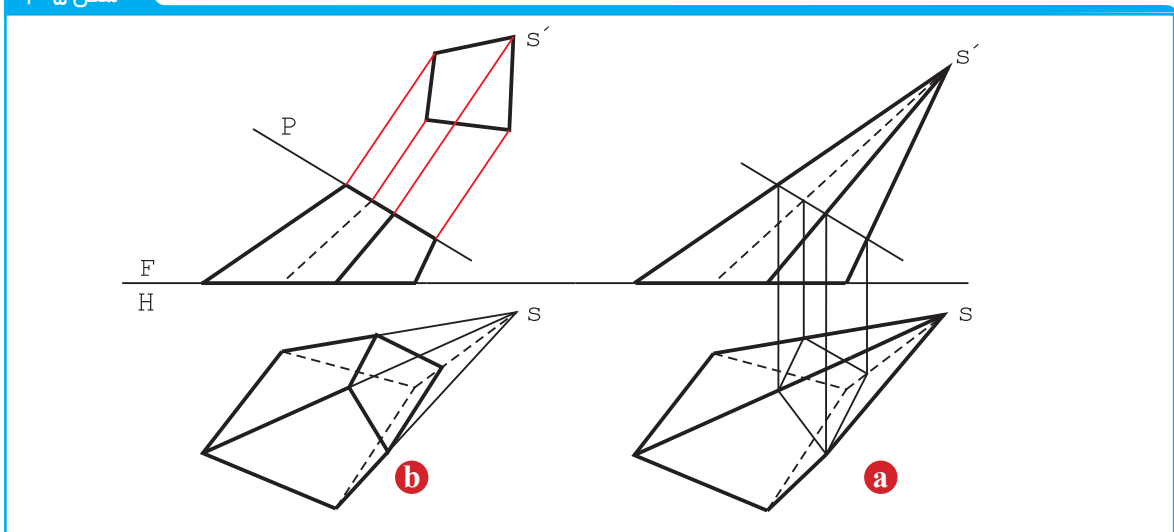


۴-۳-۱- برش هرم با صفحه‌ی افقی: در شکل ۴-۴، هرمی با یک صفحه‌ی افقی بریده شده است.

روشن است که به دلیل افقی بودن صفحه‌ی برش، مقطع در نمای افقی اندازه‌ی واقعی دارد و افزون بر آن، با قاعده‌ی متشابه نیز هست. از این نکته برای تکمیل نمای افقی می‌توان به راحتی استفاده کرد، که این کار انجام شده است.

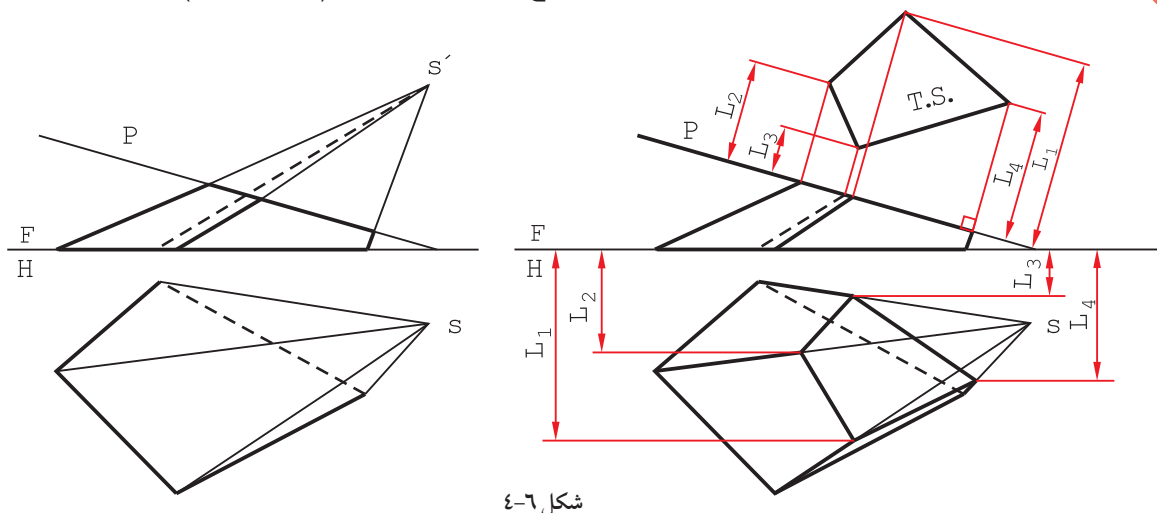
۴-۳-۲- برش هرم با صفحه‌ی منتصب: اگر هرم مطابق شکل a ۵-۴ با صفحه‌ای منتصب بریده شود، مقطع در نمای افقی اندازه‌ی حقیقی ندارد.

شکل ۴-۵



طبق شکل ۵b-۴، پس از تکمیل نمای افقی، اندازه‌ی واقعی مقطع هم به دست آمده است.

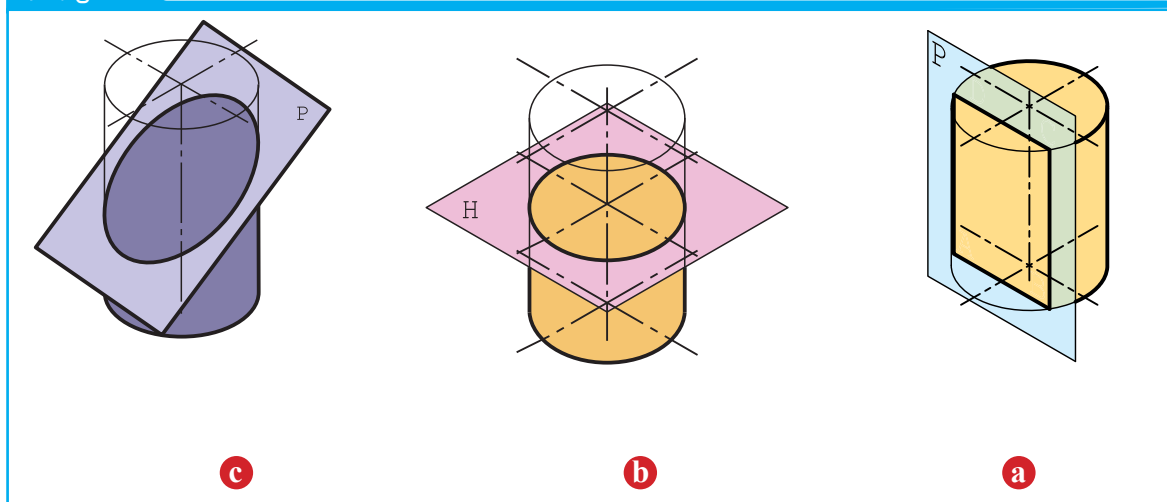
پس از تکمیل برش هرم، اندازه‌ی حقیقی مقطع را به دست آورید (شکل ۶-۴).



۴-۴- برش‌های استوانه

استوانه با یک صفحه به صورت‌های مختلف بریده می‌شود. به شکل ۷-۴ توجه کنید.

شکل ۷-۴



- در حالت a، نتیجه‌ی برش یک مستطیل است، زیرا صفحه با محور استوانه موازی است.

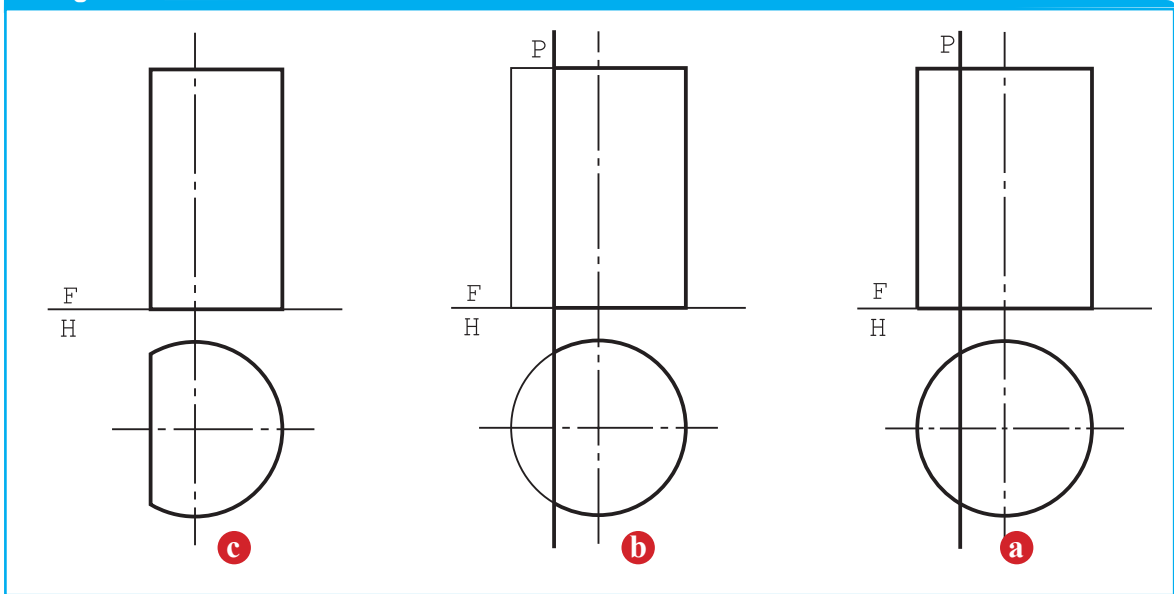
- در حالت b، نتیجه‌ی برش یک دایره است، زیرا صفحه بر محور استوانه عمود است.

- در حالت c، نتیجه‌ی برش یک بیضی است، زیرا صفحه، نسبت به محور استوانه حالتی دلبخواه دارد.

۱-۴-۴- برش با صفحه‌ی نیم‌رخ: این برش، همان گونه که گفته شد، نتیجه‌ی برش یک مستطیل است

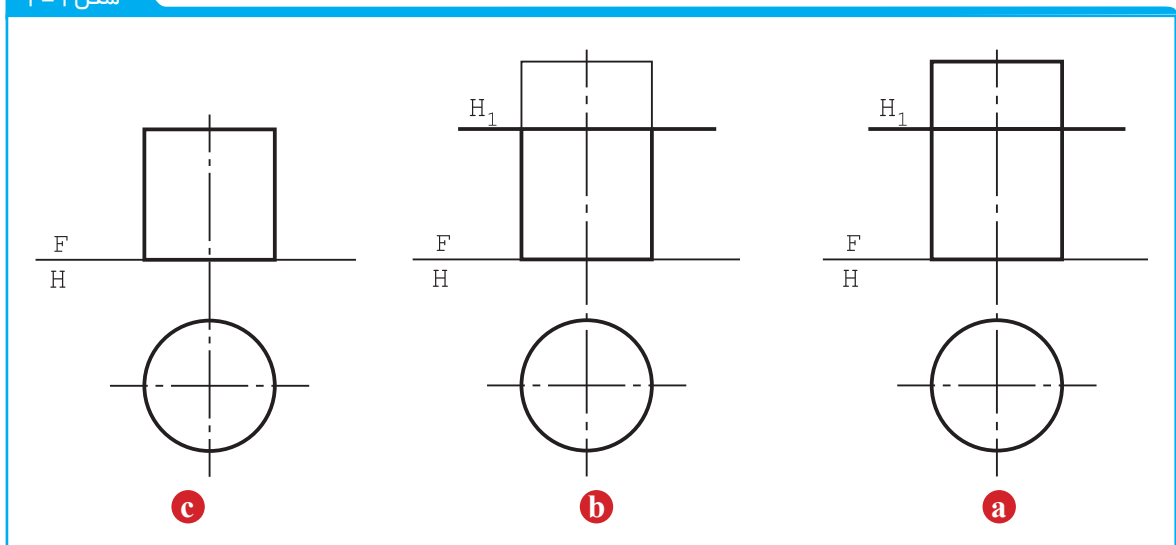
(شکل ۸-۴).

شکل ۸-۴



۲-۴-۴- برش با صفحه‌ی افقی: نتیجه‌ی برش یک دایره است (شکل ۹-۴).

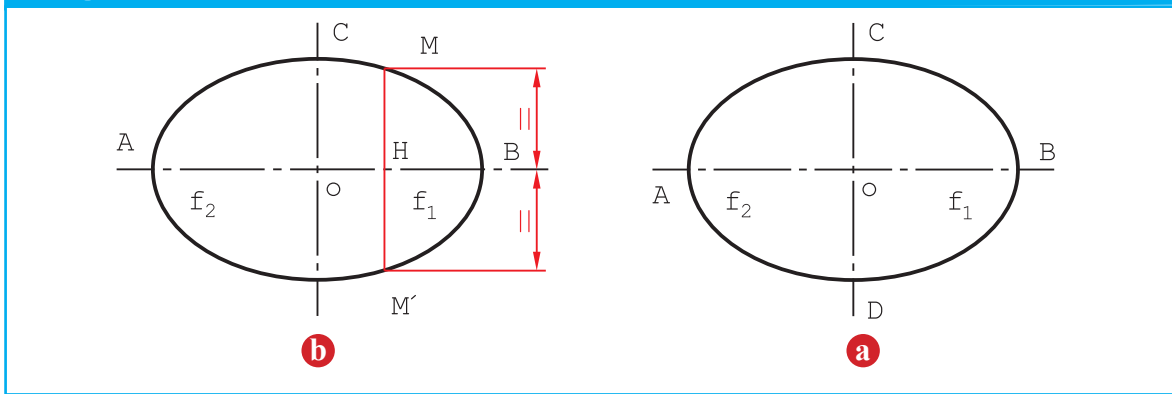
شکل ۹-۴



۳-۴-۴- برش با صفحه‌ی دلخواه: گفته شد که مقطع یک بیضی است. اکنون بهتر است، پیش از ترسیم نقشه‌ی کامل، اطلاعات خود را در مورد منحنی بیضی کمی افزایش دهیم.

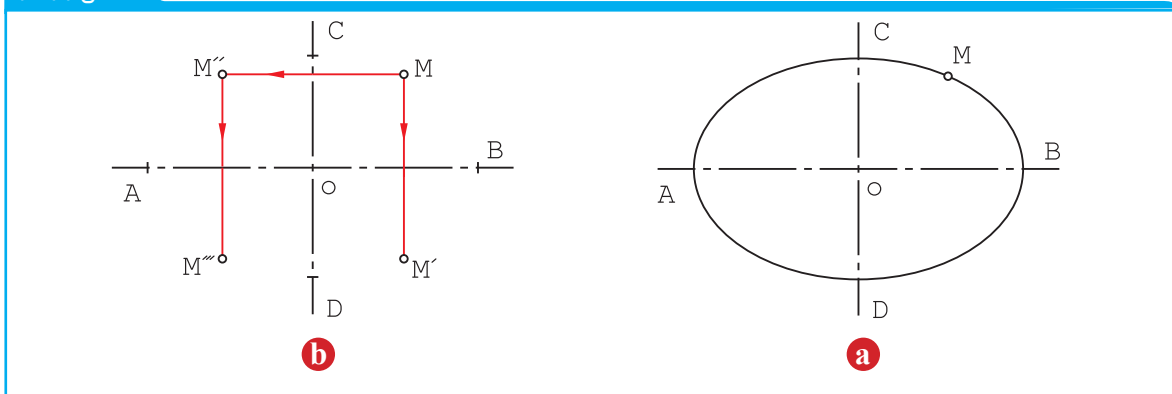
۴-۴-۴- بیضی: شکلی است دارای دو کانون به نام‌های F_1 و F_2 این شکل دو قطر دارد. یکی $\overline{AB}$ که قطر بزرگ است و دیگری $\overline{CD}$ که قطر کوچک است. هر قطر یک محور تقارن است، یعنی اگر از هر نقطه‌ی بیضی، مثلاً عمودی بر قطر کوچک وارد شود و به اندازه‌ی خودش ادامه یابد به نقطه‌ی دیگری از بیضی می‌رسد، یعنی $\overline{MH} = \overline{MH'}$ (شکل ۱۰-۴، a و b).

شکل ۴-۱۰



به این ترتیب اگر دو قطر بیضی موجود باشد، با داشتن یک نقطه از بیضی می توان سه نقطه‌ی دیگر را به دست آورد (شکل ۱۱-۴، a و b).

شکل ۴-۱۱

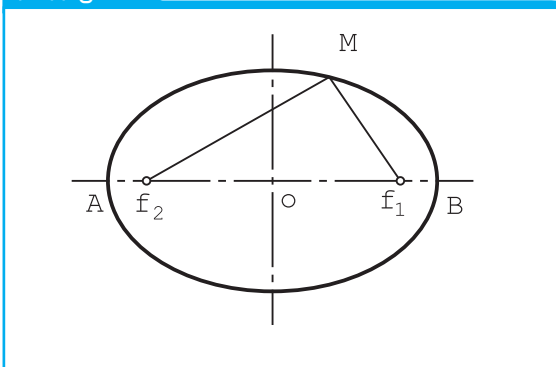


۵-۴-۴- تعریف بیضی: بیضی یک منحنی بسته است که مجموع فاصله‌های هر نقطه‌ی آن تا دو کانون، برابر مقدار ثابتی است. اگر مقدار ثابت را $2a$ بنامیم، همواره داریم:

$$\overline{MF_1} + \overline{MF_2} = 2a \quad (\text{شکل } 12-4)$$

اضافه می شود که مقدار $2a$ برابر $\overline{AB}$ است.

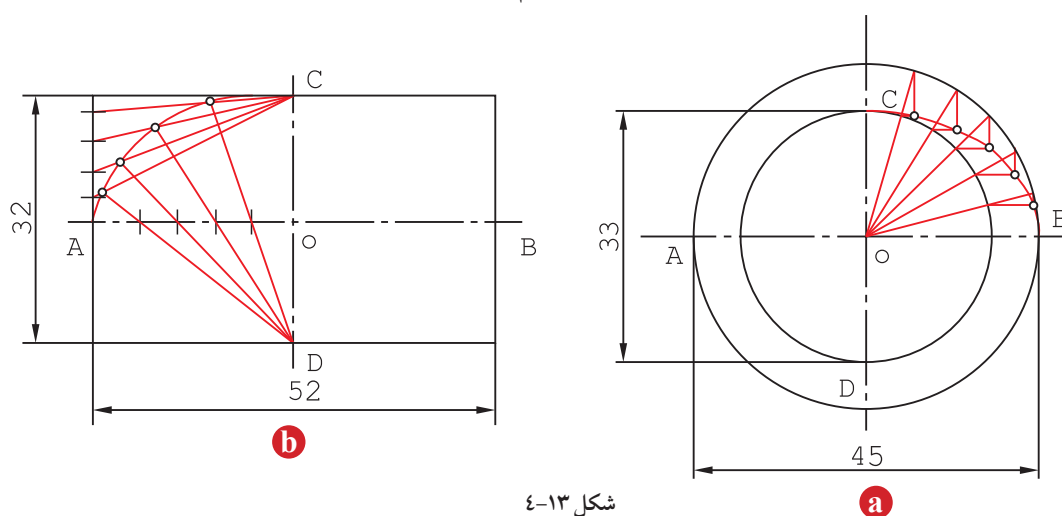
شکل ۴-۱۲



?

پرسش ۲

در یک بیضی $\overline{AB} = ۴۵$ و $\overline{CD} = ۳۰$ ، آن را رسم کنید (شکل a ۱۳-۴)



شکل ۱۳-۴

برای این کار، روش‌های گوناگونی وجود دارد، دو روش در شکل‌های a و b دیده می‌شود.

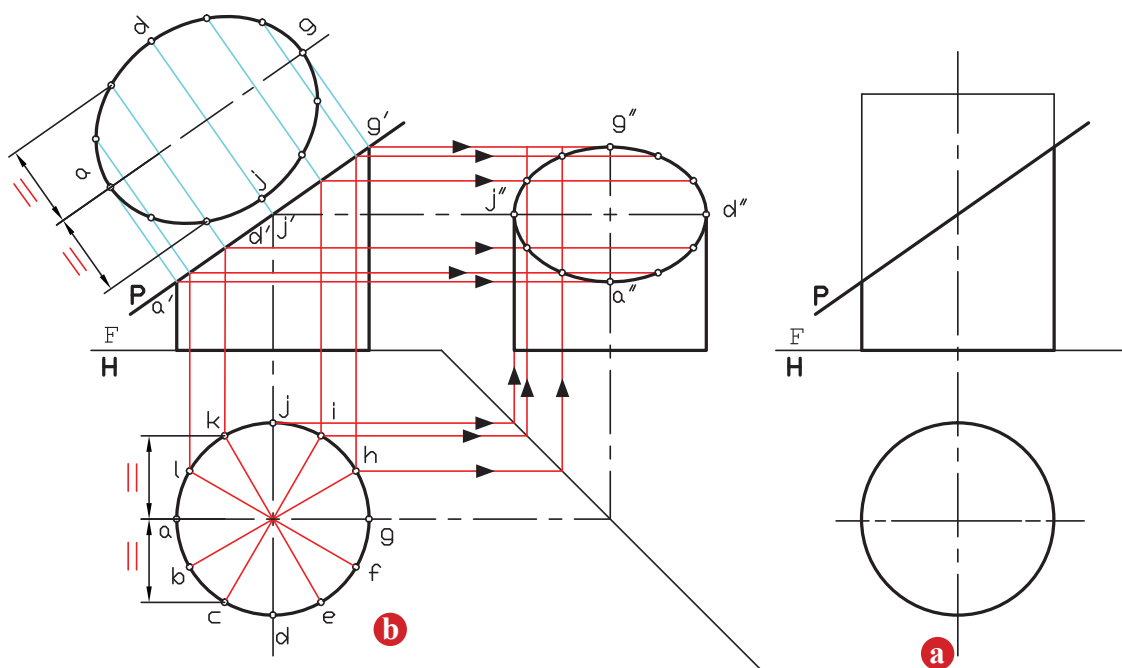
a- پس از تعیین هر نقطه، قرینه‌هایش نسبت به دو محور به دست می‌آید.

b- پس از تقسیم خط‌ها، بیضی رسم شد.

در ادامه‌ی مسائل، با نقطه‌یابی از روی نماها، روش‌های بهتری برای رسم بیضی خواهیم داشت.

۶-۴-۴- برش استوانه با صفحه‌ی دلخواه: این صفحه در شرایط این مسئله، منتصب است (شکل ۱۴-۴).

شکل ۱۴-۴



روش کار برای رسیدن به بیضی در نماهای جانبی و کمکی به این شرح است:

- تقسیم دایره‌ی قاعده به کمک تی و گونیای $60^\circ \times 30^\circ$ به دوازده قسمت مساوی؛

- رسم رابط از هر یک از نقاط تقسیم به نمای روبه‌رو و جانبی؛

- رسم رابط از نمای روبه‌رو به نمای جانبی و تعیین نقطه‌های بیضی.

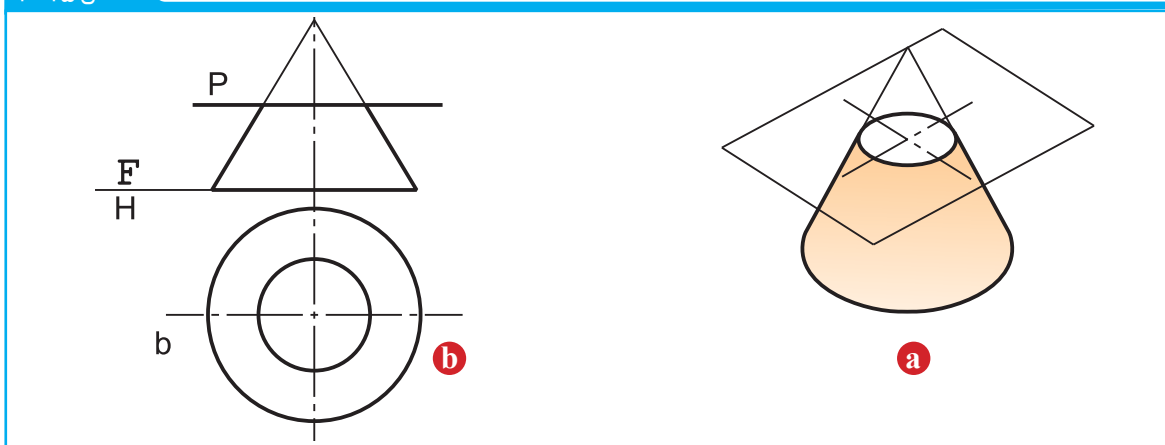
با کمی توجه دیده می‌شود که نقاط a, d, g, j مهم‌ترین نقطه‌ها در بیضی هستند (چرا؟) در تصویر کمکی، اندازه‌ی حقیقی بیضی هم به دست آمده است.

۴-۵- برش‌های مخروط

یک مخروط به صورت‌های گوناگون قابل برش با صفحه است. برش‌های مخروط را مقاطع مخروط نامیده‌اند.

۴-۵-۱- برش عمود بر محور: این مقطع یک دایره است (شکل ۱۵ - ۴).

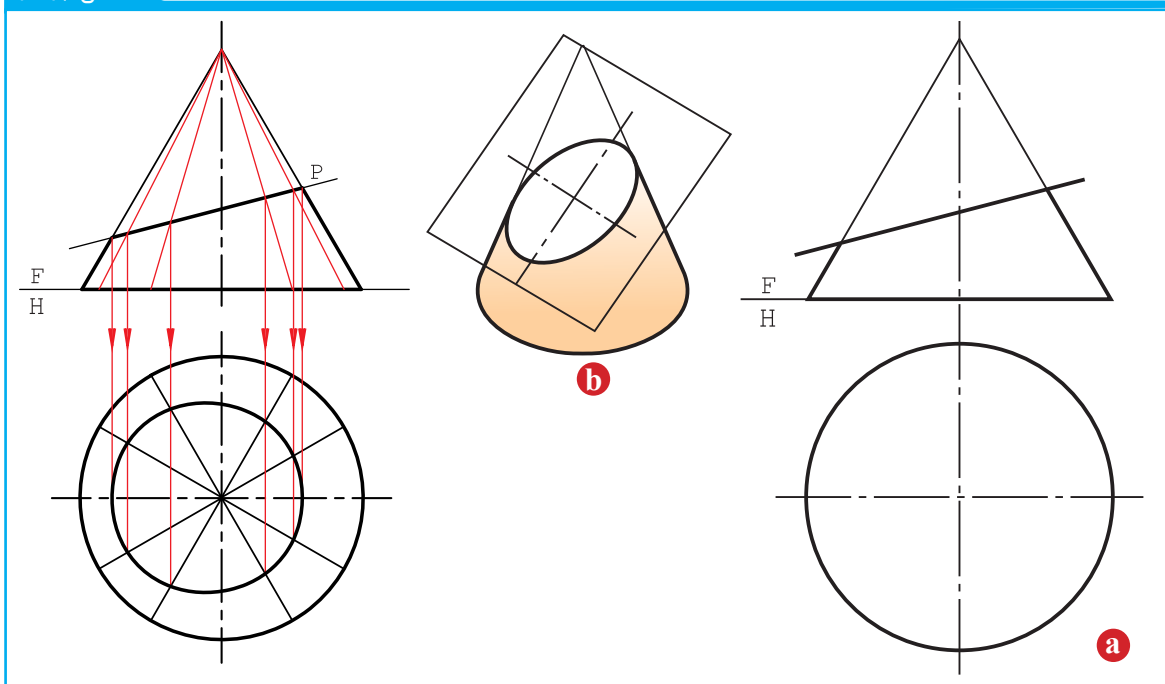
شکل ۱۵-۴



۴-۵-۲- برش دلخواه ۱: اگر مخروط به گونه‌ای بریده شود که تمام مولدهای آن برش بخورد مقطع یک

بیضی است. در شکل ۱۶a - ۴، مخروط با یک صفحه‌ی متصّب بریده شده است.

شکل ۱۶-۴



در شکل **b**، به چگونگی رسم بیضی در نمای افقی، نمای جانبی و تصویر کمکی توجه کنید.

- قاعده‌ی مخروط به دوازده قسمت مساوی تقسیم شد (چگونه؟)

- مولدهای مربوط به آن در نمای روبه‌رو به کمک رابط مشخص شد.

- از نقاط برخورد هر مولد با **P**، نمای افقی رابط و نقاط برخورد مشخص شد.

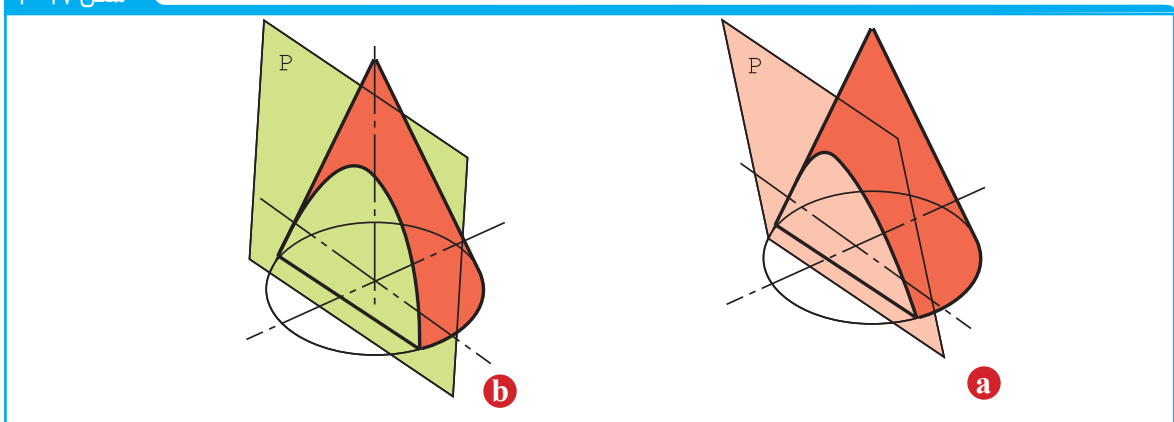
- از اتصال نقاط به هم، نمای افقی کامل شد.

- نمای جانبی را نیز می‌توان به کمک رابط‌ها از نمای افقی و روبه‌رو به‌دست آورد.

۳-۵-۴- برش دلخواه ۲: اگر مخروط به گونه‌ای برش بخورد که هیچ یک از مولدهای آن بریده نشود، مقطع

را هذلولی گویند. ^(۱) هذلولی یک منحنی متقارن است (شکل ۱۷ - ۴).

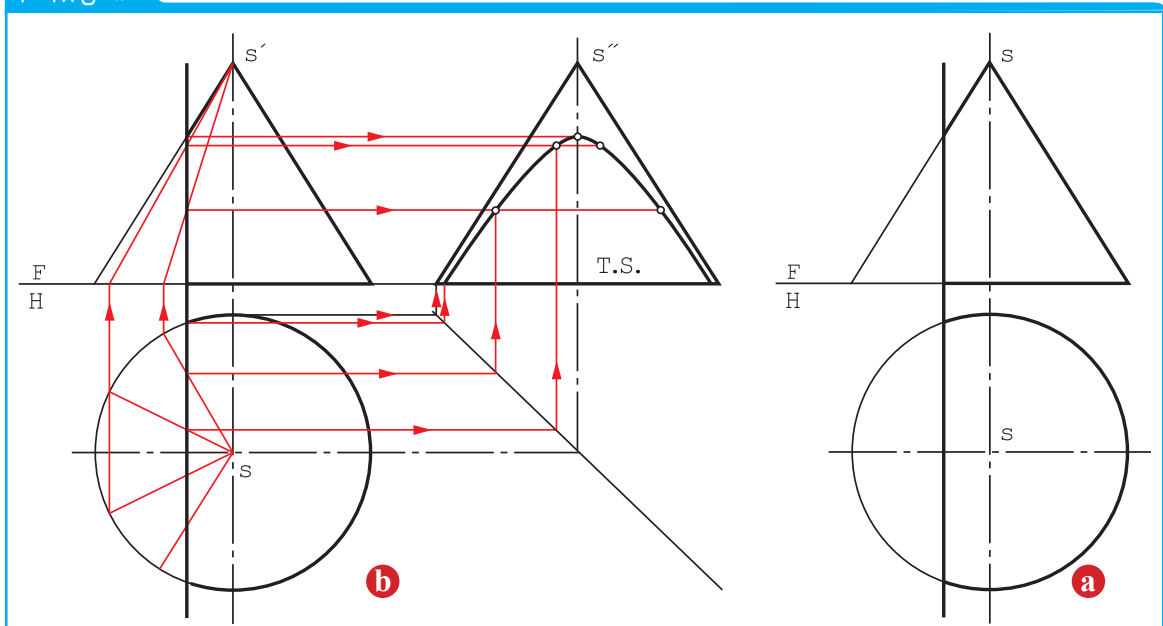
شکل ۱۷-۴



حالت خاص هذلولی آن است که صفحه‌ی برش **P** با محور مخروط موازی باشد.

در شکل ۱۸ - ۴، برای رسیدن به نمای جانبی ابتدا قاعده‌ی مخروط تقسیم می‌شود.

شکل ۱۸-۴

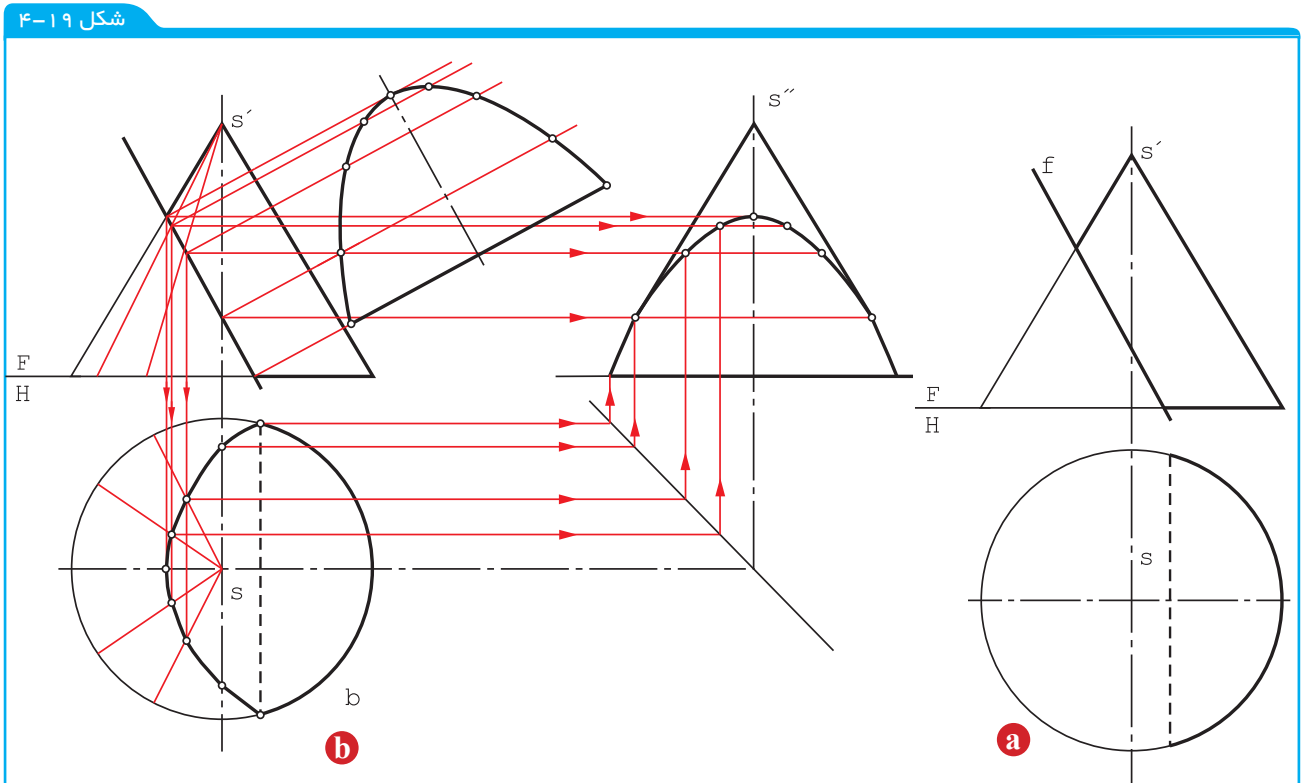


۱ - در گذشته دیدیم که سطح مخروطی دارای دو شاخه است. پس صفحه بقیه‌ی مولدها را در سمت دیگر خواهد برید و این به معنی دو شاخه بودن منحنی هذلولی است.

- از نقاط تقسیم به نمای روبه‌رو رابط و مولدها مشخص می‌شود.

- با انتقال نقاط برخورد مولدها به نمای جانبی، نمای نیم‌رخ هذلولی به‌دست می‌آید که دارای اندازه‌ی واقعی است.

۴-۵-۴- برش مخروط موازی با مولد: این برش به منحنی ویژه‌ای به نام «سهمی» می‌رسد. سهمی هم‌مانند هذلولی دارای محور تقارن است. روش کار برای نقطه‌ی یابی همان است که برای بیضی و هذلولی گفته شد (شکل ۱۹-۴).

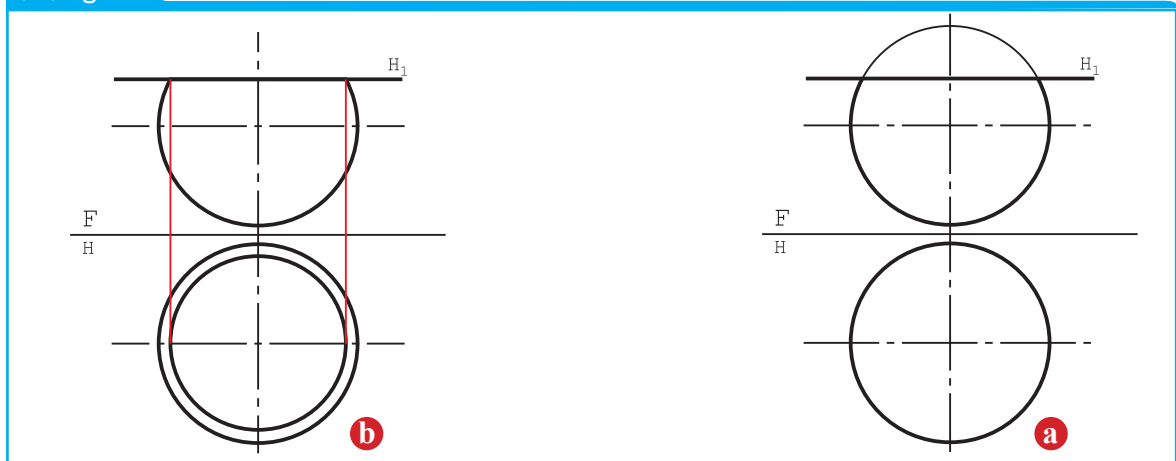


۶-۴- برش کره

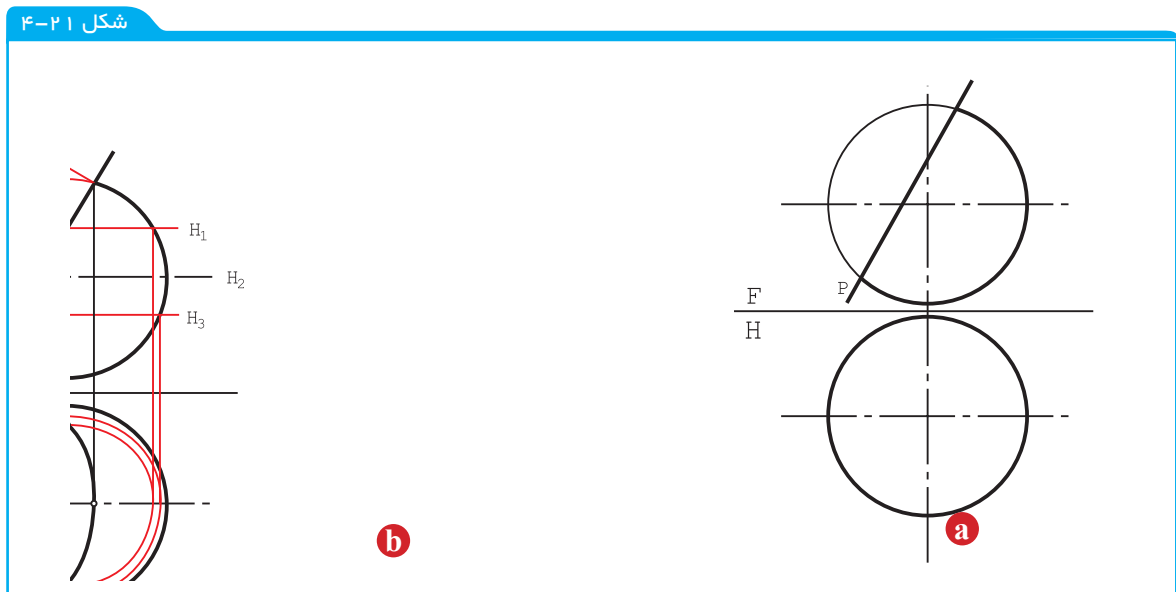
برش کره با صفحه در هر شرایطی یک دایره است.

۱-۶-۴- برش کره با صفحه‌ی افقی - در این حال رسم نمای افقی ساده است و شعاع دایره از نمای روبه‌رو به‌دست می‌آید (شکل ۲۰-۴).

شکل ۴-۲۰



۲-۶-۴- برش کره با صفحه‌ی دلخواه: اگر این صفحه یک منتصب باشد، روش کار به شرح زیر است (با توجه به شکل ۲۱-۴):



- چند صفحه‌ی کمکی افقی H_1, H_2, H_3 ، ... رسم شد.

- برخورد هر صفحه با کره در نمای افقی مشخص شد (هر کدام یک دایره).

- از نقطه‌ی برخورد، هر صفحه با P رابط شد.

- نقاط بیضی در تصویر افقی مشخص و به هم وصل شد.

- اندازه‌ی واقعی هم دایره است که در شکل مشخص شد.

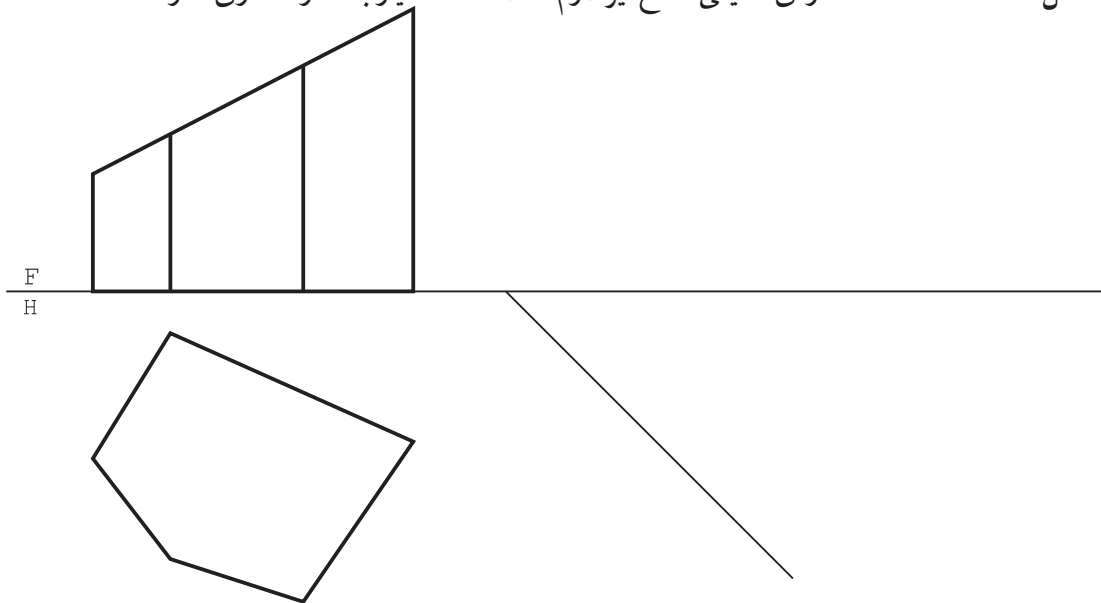
- ۱- منظور از برخورد صفحه و جسم، برش جسم است با یک صفحه.
- ۲- اگر جسم را با صفحه‌ای موازی با قاعده‌ی آن ببریم مقطع به‌دست آمده با قاعده‌ی متشابه است.
- ۳- برش‌های صفحه و استوانه به صورت‌های مستطیل، دایره و بیضی است.
- ۴- بیضی منحنی بسته‌ای است که مجموع فاصله‌های هر نقطه از آن تا دو کانون به مقدار ثابتی است.
- ۵- یک صفحه می‌تواند مخروط را در دایره، بیضی، هذلولی، سهمی و مثلث قطع کند.
- ۶- برش کره با صفحه، در هر شرایطی، دایره است.

ارزشیابی نظری

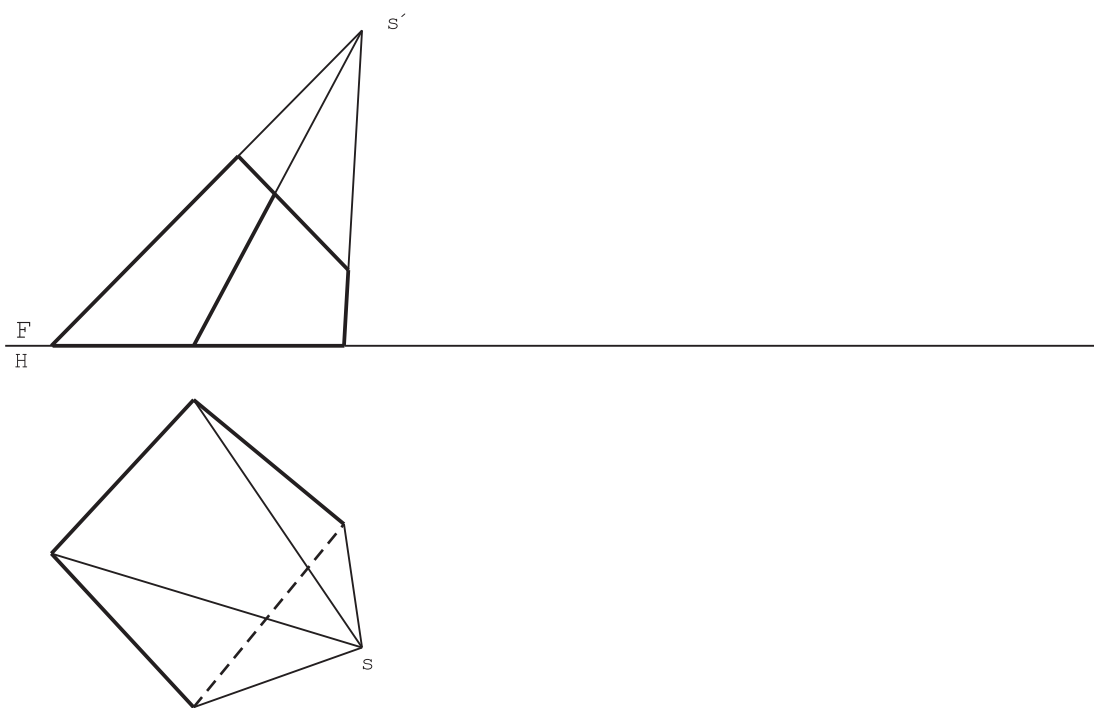
- ۱- نمونه‌ای از برخورد صفحه را با جسم، با رسم دستی توضیح دهید.
- ۲- با رسم دستی، نمونه‌ای از منشور برش خورده و چگونگی تعیین اندازه‌ی سطح برش آن را شرح دهید.
- ۳- با رسم دستی، نمونه‌ای از یک هرم برش خورده و چگونگی تعیین اندازه‌ی حقیقی مقطع آن را توضیح دهید.
- ۴- با رسم دستی، نمونه‌ای از برش دلخواه استوانه و چگونگی تعیین اندازه‌ی حقیقی مقطع آن را توضیح دهید.
- ۵- با رسم دستی، نمونه‌ای از برش دلخواه مخروط و چگونگی تعیین اندازه‌ی حقیقی مقطع آن را توضیح دهید.
- ۶- در مورد برش کره در شرایط مختلف، با رسم دستی توضیح دهید.

ارزشیابی عملی

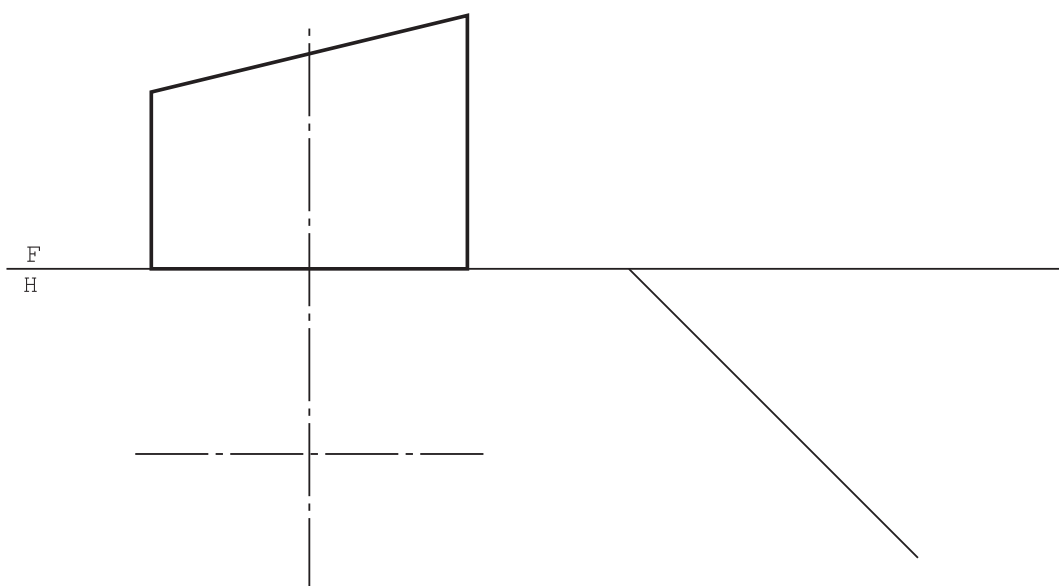
پس از تهیه‌ی کپی از مسائل داده شده در شکل‌های ۲۲ - ۴ تا ۲۸ - ۴ سه نما رسم و تکمیل شود. برای مسائل ۲۲ - ۴ تا ۲۶ - ۴، اندازه‌ی حقیقی مقطع نیز لازم است. نقشه‌ها نیاز به اندازه‌گذاری ندارند.



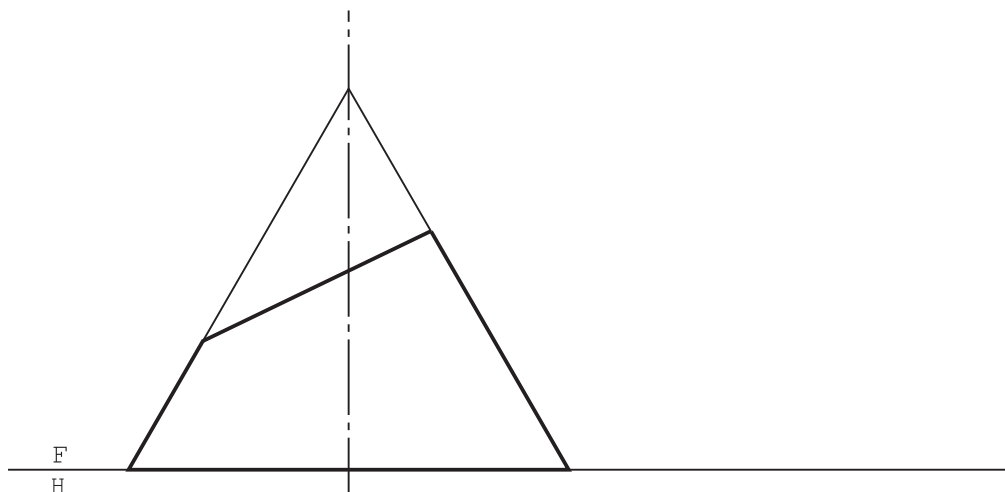
شکل ۲۲-۴



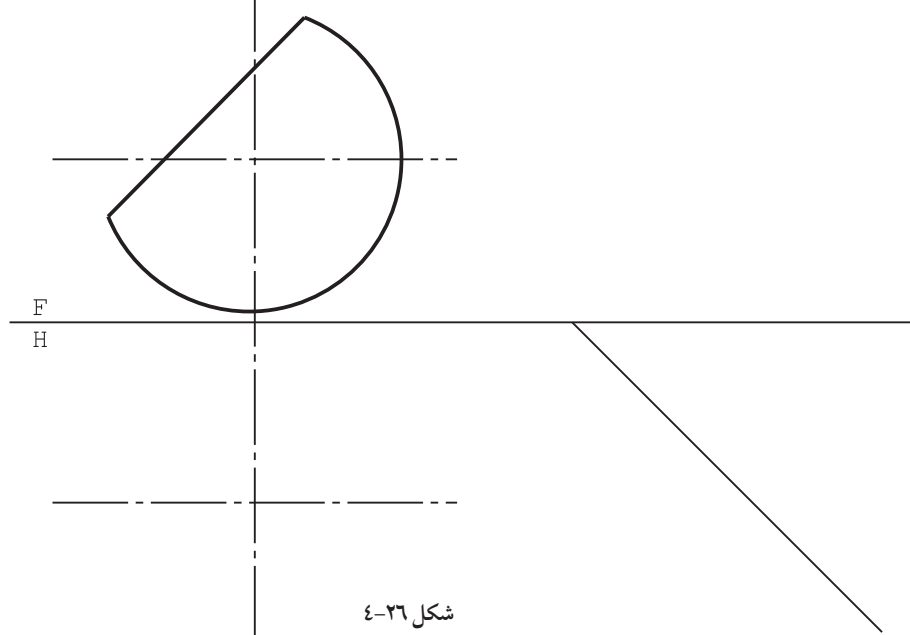
شکل ۴-۲۳



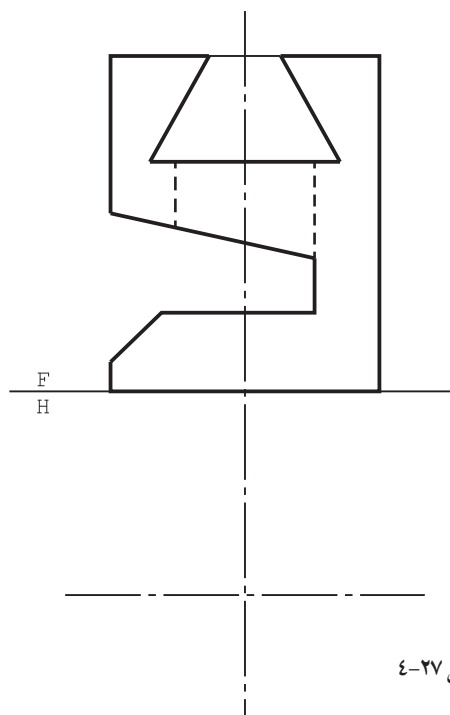
شکل ۴-۲۴



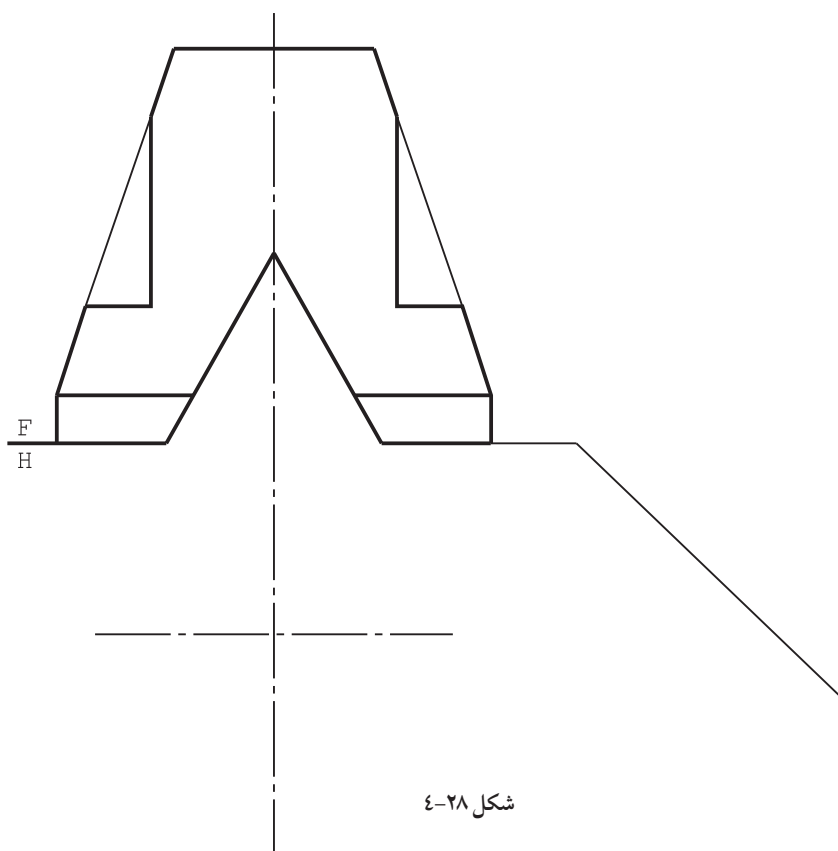
شکل ۴-۲۵



شکل ۴-۲۶



شکل ۲۷-۴

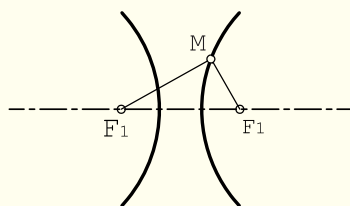


شکل ۲۸-۴

تعریف هذلولی: هذلولی را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

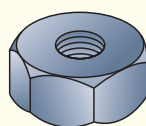
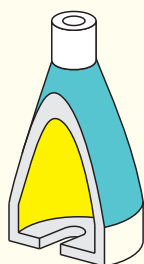
هذلولی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که تفاضل فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه‌ی ثابت برابر مقدار ثابتی باشد. نقطه‌های ثابت دو کانون هذلولی هستند. این منحنی دارای دو شاخه است.

شکل ۲۹ - ۴ نمونه‌ای را نشان می‌دهد. ضمناً همواره داریم: مقدار ثابت $\overline{MF_1} - \overline{MF_2}$ ^(۱)



شکل ۲۹-۴

منحنی هذلولی و هذلولی گون کاربردهای بی‌شمار علمی و صنعتی دارند. به شکل ۳۰-۴ توجه کنید.



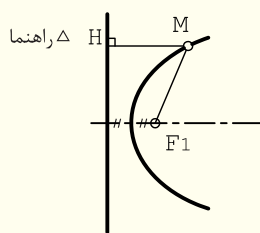
شکل ۳۰-۴

سهمی: سهمی این گونه تعریف می‌شود:

سهمی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله‌ی آن‌ها از یک نقطه‌ی ثابت و یک خط ثابت برابر باشد. نقطه‌ی ثابت را کانون سهمی و خط ثابت را راهنمای سهمی می‌نامند.

پس همواره داریم: $\overline{MF} = \overline{MH}$ شکل ۳۱ - ۴، سهمی را معرفی می‌کند.

مقاطع مخروطی جایگاه بزرگی در علوم دارند.



شکل ۳۱-۴

۱- اگر نقطه‌ی M را روی شاخه‌ی دیگر در نظر بگیریم خواهیم داشت: مقدار ثابت $\overline{MF_1} - \overline{MF_2}$



برخورد اجسام

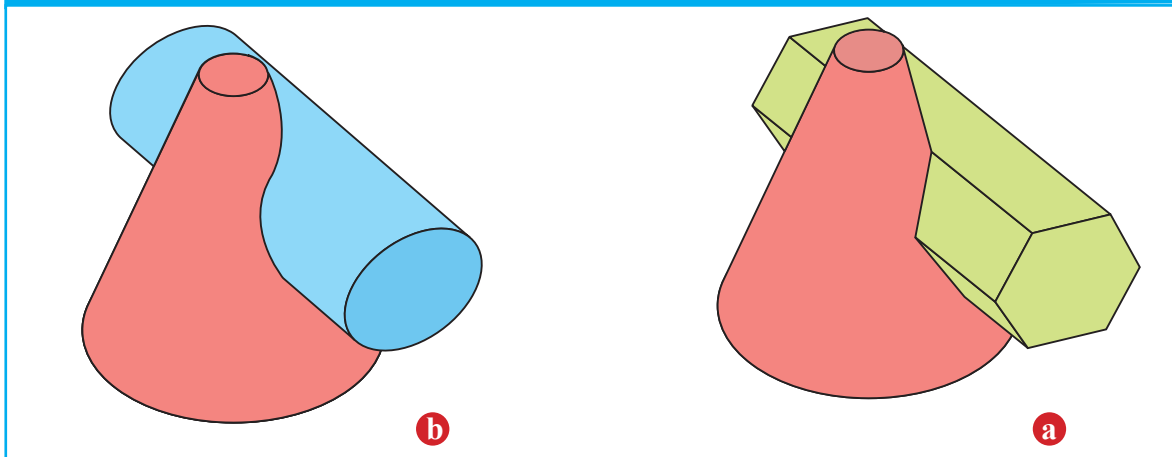
فراگیرنده، پس از پایان این درس، باید بتواند

- ۱ برخورد دو استوانه را رسم کند.
- ۲ برخورد استوانه و مخروط را رسم کند.

۱-۵- برخورد دو جسم

همان‌گونه که یک صفحه می‌تواند با یک جسم برخورد کند، اجسام هم می‌توانند با یک‌دیگر برخورد نمایند. در اثر این برخورد، خط یا خط‌های جدیدی روی آن‌ها به‌وجود می‌آید که به برخورد یا فصل مشترک معروف است (شکل ۱-۵).

شکل ۱-۵

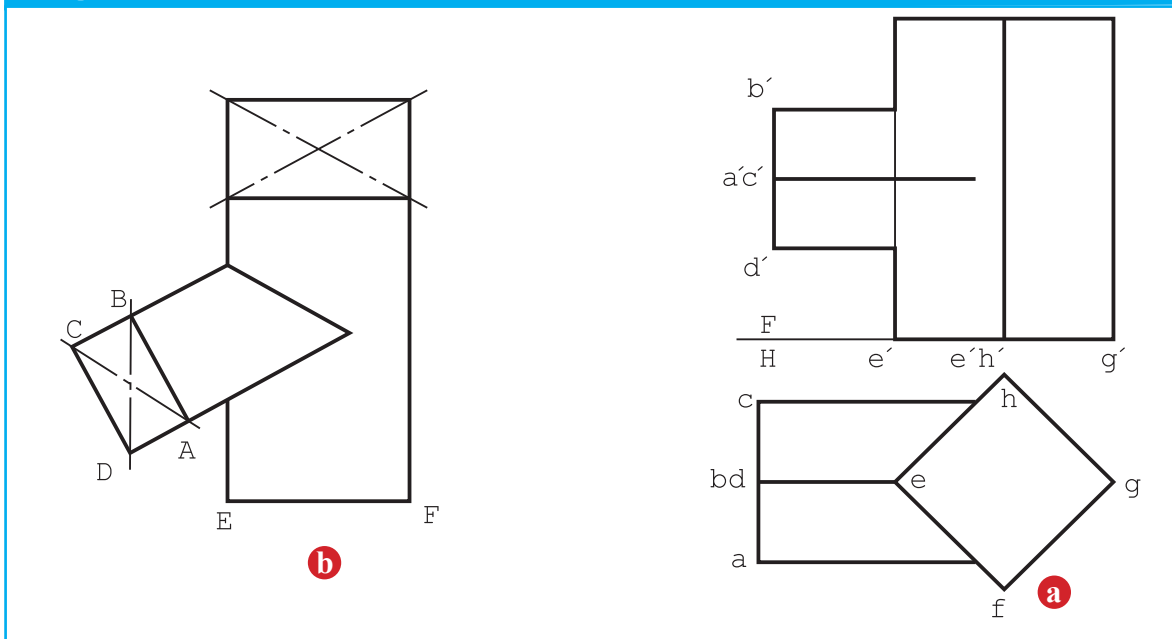


در بیشتر اوقات این خط‌های جدید را نمی‌توان به کمک خط‌کش یا پرگار و به صورتی ساده رسم کرد. روش رسم این خط‌های مستقیم یا منحنی معمولاً نقطه‌یابی است.

۲-۵- برخورد دو منشور

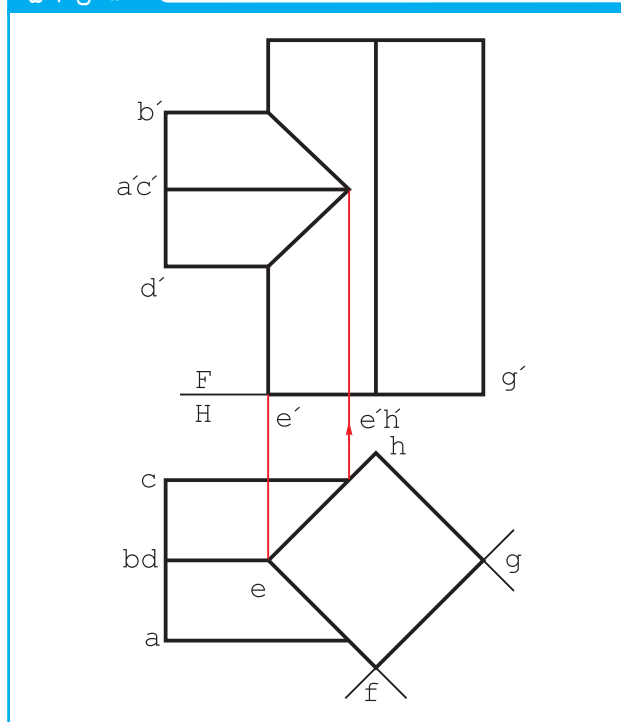
منشورهای ABCD و EFGH با هم برخورد کرده‌اند. قاعده‌ی هر دو منشور مربع است (شکل ۲-۵).

شکل ۲-۵



نمای افقی کامل است و به کمک خط‌های رابط می‌توان نمای روبه‌رو را کامل کرد (شکل ۳-۵).

شکل ۵-۳

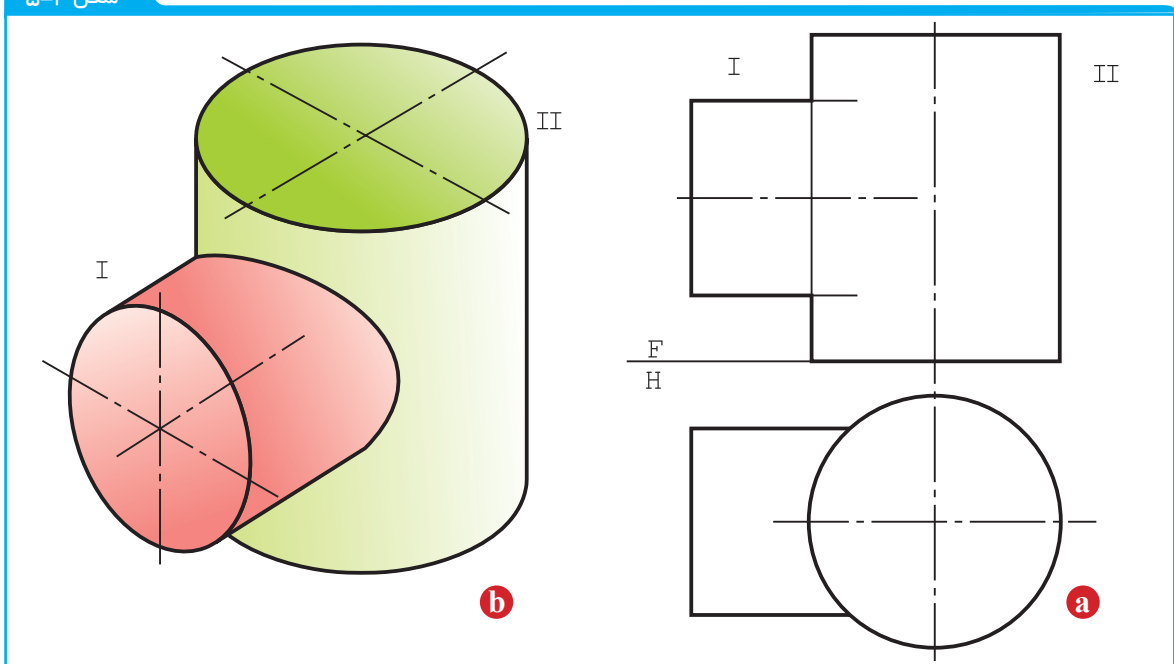


۵-۳- بر خورد دو استوانه

نظر به اهمیت بسیار این مسئله، می توان آن را در حالت های گوناگون بررسی کرد.

۵-۳-۱- برخورد دو استوانه: محورهای عمود بر هم^(۱): دو استوانه ی I و II طبق شکل ۴-۵ مفروض هستند.

شکل ۵-۴

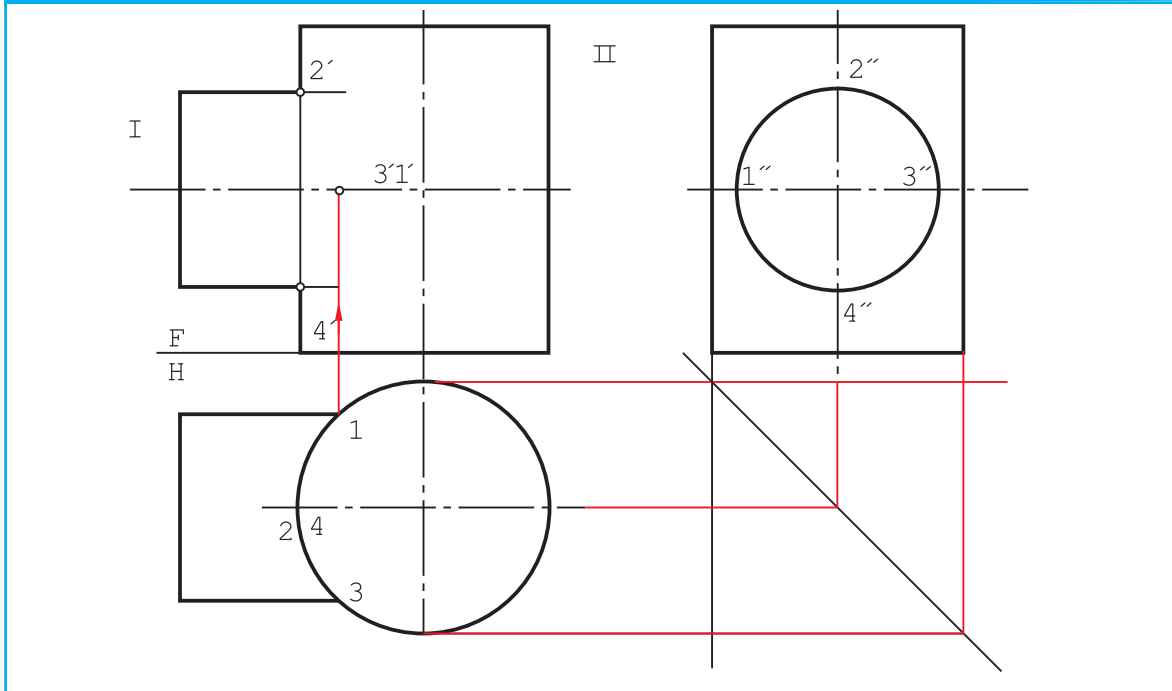


می توان منحنی فصل مشترک را از ارتباط موجود بین سه نما به دست آورد. به این ترتیب که ابتدا تصویر افقی و

۱- در این مسئله و همه مسائل بعدی، محورهای دو جسم متقاطع هستند.

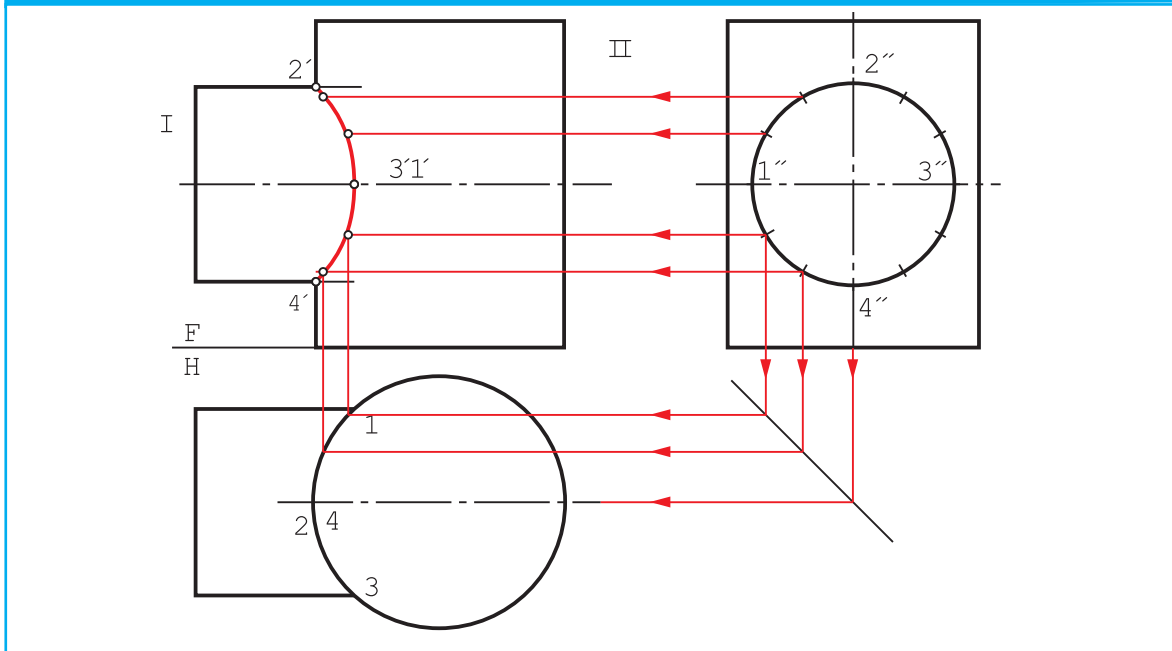
سپس نمای نیم رخ رسم شود. واضح است که این دو نما کامل خواهند بود (شکل ۵-۵).

شکل ۵-۵



در این شکل دیده می شود که نقطه های بسیار مهمی مانند ۱، ۲، ۳، ۴ به راحتی در دسترس اند. با این وجود برای رسم دقیق تر برخورد باید نقطه های بیش تری را معین کرد. بنابراین، تقسیم دایره ی استوانه ی I در نمای جانبی به ۱۲ قسمت و رسم رابط از نقطه های تقسیم، روش مناسبی است (شکل ۶-۵).

شکل ۶-۵



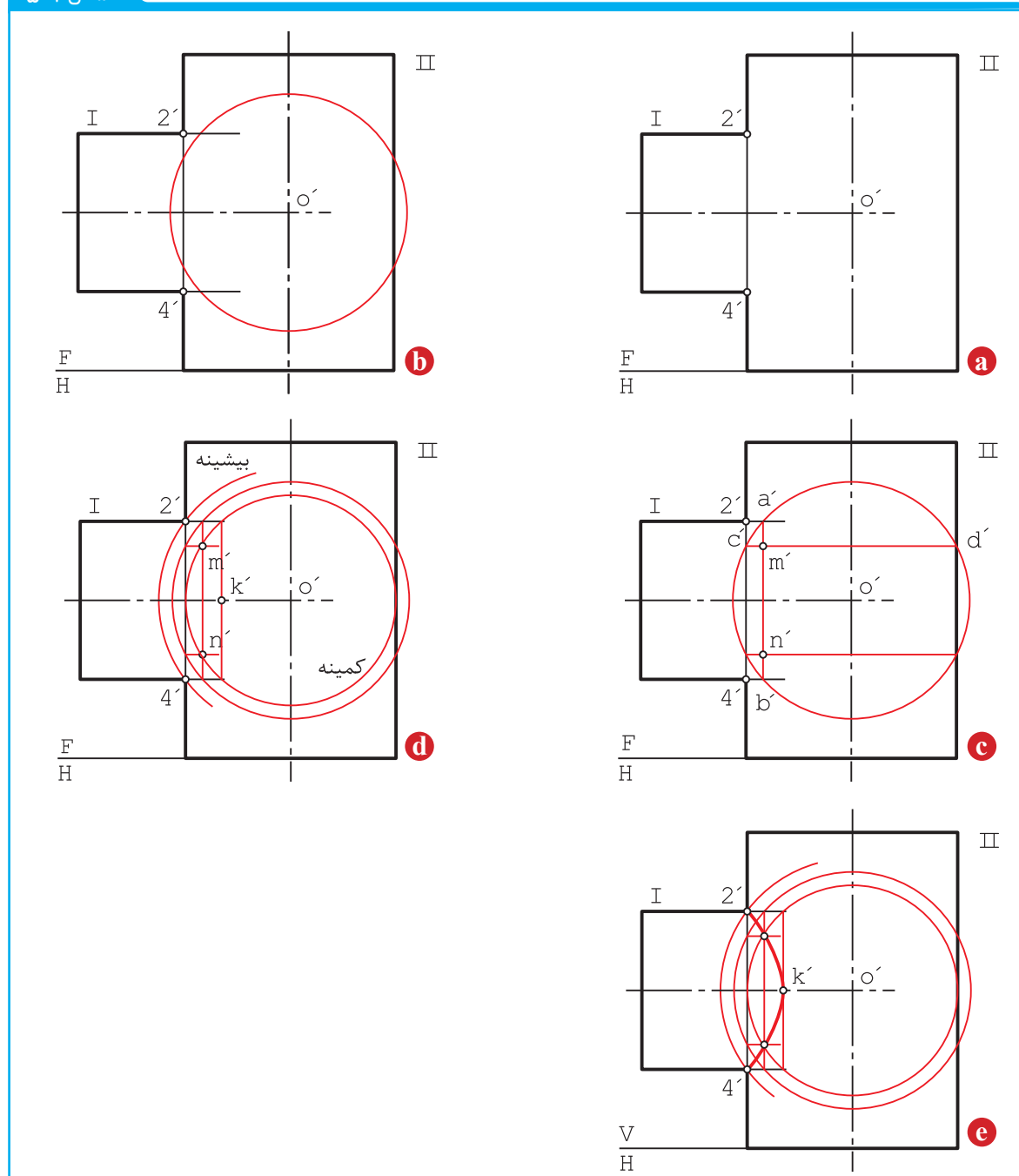
نقطه های به دست آمده، با دست یا پیستوله به هم وصل می شوند.^(۱)

۱ - منحنی حاصل یک هذلولی است.

۴-۵- استفاده از کره‌ی کمکی برای تعیین فصل مشترک

این روش به روش دایره‌ی کمکی، هم معروف است.^(۱) چگونگی کار بسیار ساده و در یک نما قابل انجام است. به شکل ۷-۵ از a تا e نگاه کنید.

شکل ۷-۵



– نقطه‌های ۲ و ۴، از ابتدا مشخص هستند (a).

– ادامه‌ی دو محور یک‌دیگر را در O' قطع می‌کنند.

– را مرکز یک کره (یا دایره‌ی کمکی در نما) قرار می‌دهیم.

۱- به آن روش ساچمه‌ای هم گفته‌اند و فقط برای اجسام متقاطع دوار قابل استفاده است.

- دایره‌ای با شعاع دلخواه می‌زنیم به گونه‌ای که با هر دو استوانه برخورد کند (b).

- از نقطه‌های برخورد دایره با استوانه‌ی I، $\overline{a'b'}$ رسم شد.

- از نقطه‌های برخورد دایره با استوانه‌ی II، $\overline{c'd'}$ رسم شد.

- یکی از نقطه‌های مورد نظر m' است (c).

- کوچک‌ترین دایره‌ی قابل استفاده (که با هر دو استوانه اشتراک دارد)، نقطه‌ی را خواهد داد (d).

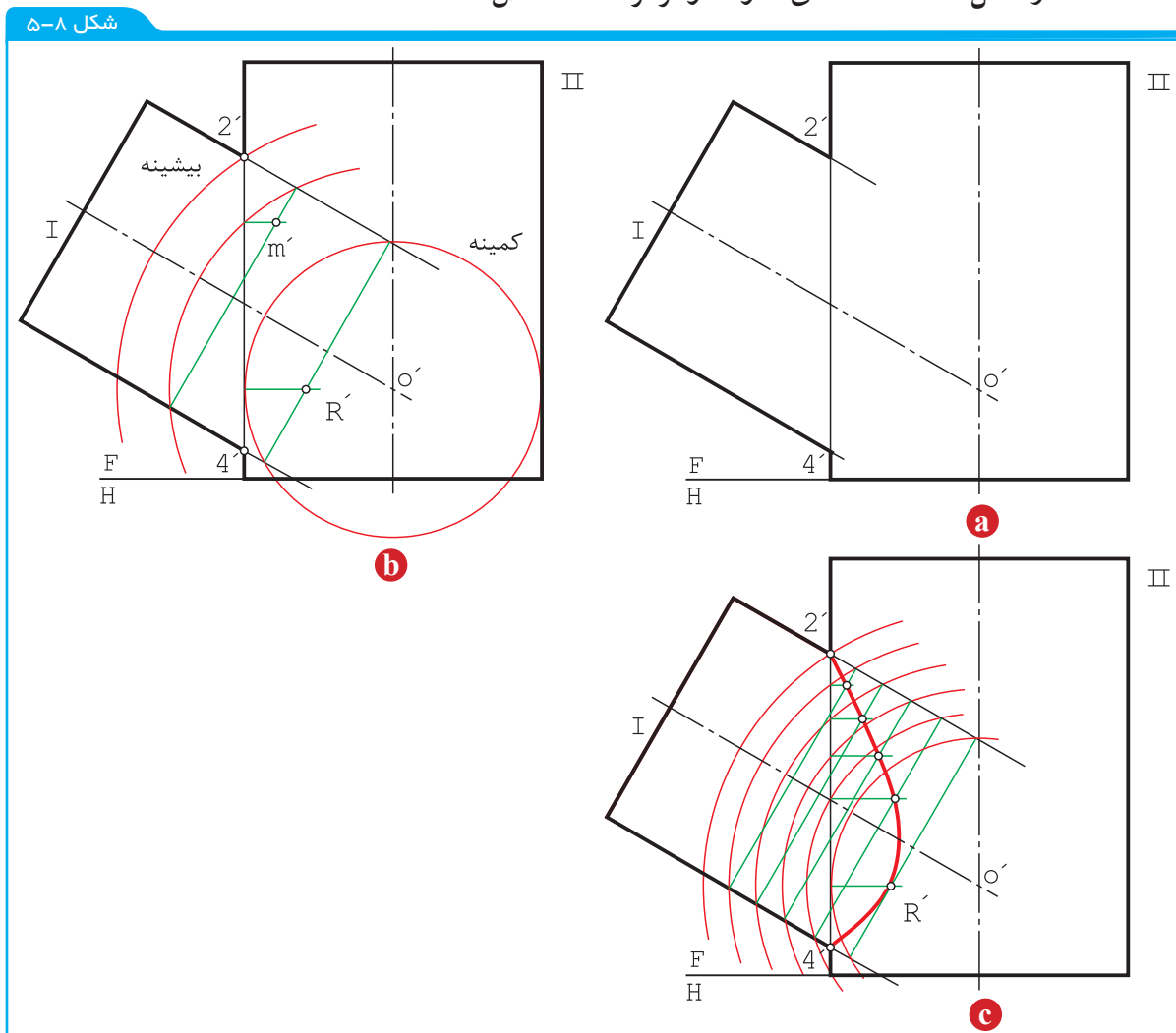
- بزرگ‌ترین دایره‌ی مرکزی از $2'$ می‌گذرد. پس با زدن چند دایره بین دو حالت کمینه (مینیم) و بیشینه

(ماکزیمم)، تعداد نقطه‌ی لازم را به دست می‌آوریم (e).

۵-۵- برخورد دو استوانه با محورهای غیر عمود

محورهای دو استوانه ممکن است بر هم عمود نباشند. در این صورت با استفاده از روش دوائر کمکی، برخورد به آسانی معین می‌شود.

- در شکل ۸-۵ نقطه‌های $1'$ و $2'$ و مرکز O' مشخص هستند.



- می‌توان به مرکز O' ، دایره‌های دلخواهی زد.

- بزرگ‌ترین دایره از $2'$ می‌گذرد و کوچک‌ترین دایره بر دیواره‌ی II مماس است.

- در شکل b، یک نمونه از دایره‌ها به اضافۀ کوچک‌ترین دایره رسم شده است.

- به کمک کوچک‌ترین دایره، K' به دست آمده و M' با دایره‌ی دلخواه، معلوم شد.

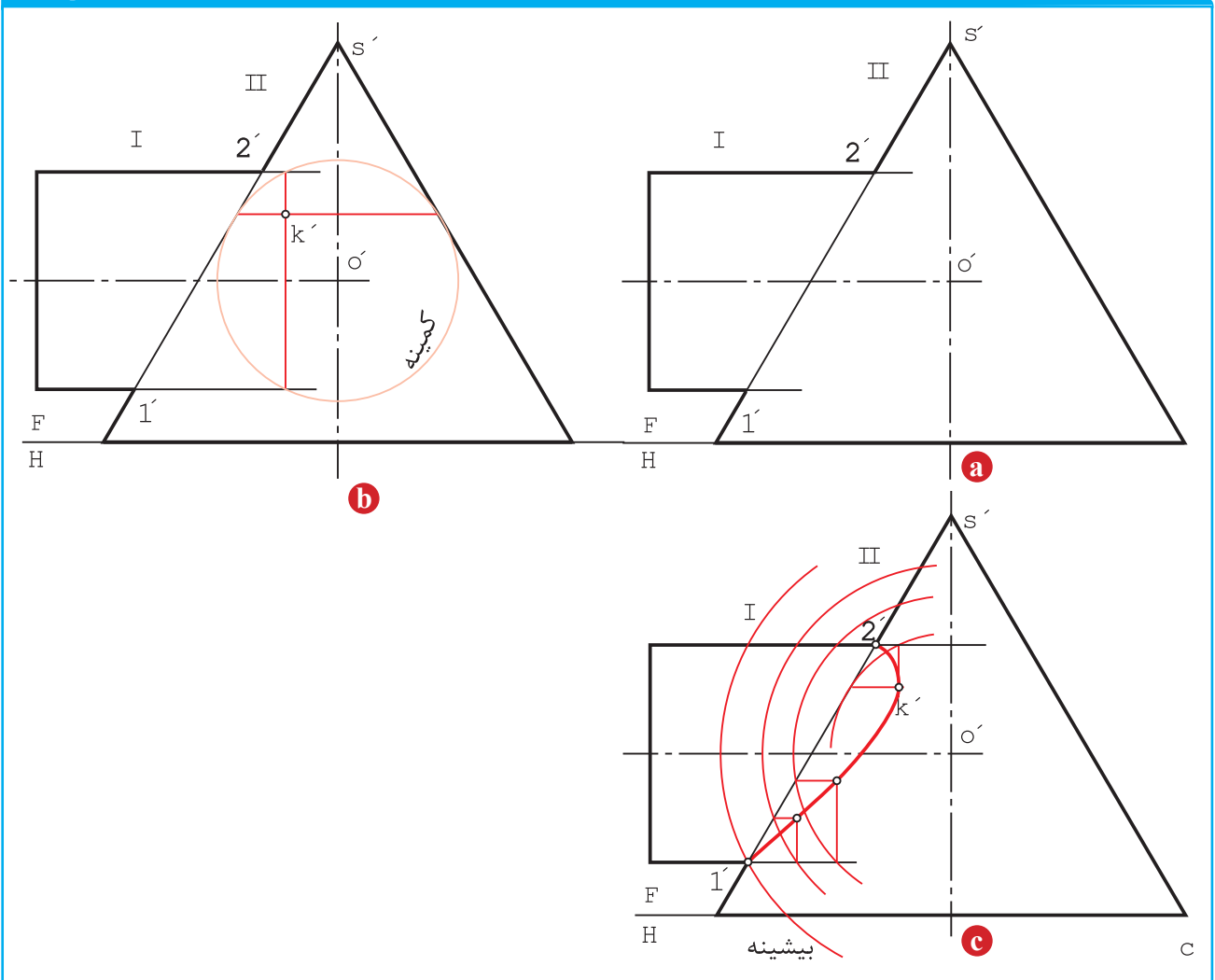
- در شکل c، به کمک تعداد بیش‌تری دایره، فصل مشترک تکمیل شده است.

۵-۶- برخورد استوانه و مخروط

روش کار همان است که تاکنون گفته شد؛ یعنی پس از امتداد دو محور و تعیین O' در نمای روبه‌رو، O' را مرکز دایره‌های کمکی قرار می‌دهیم.

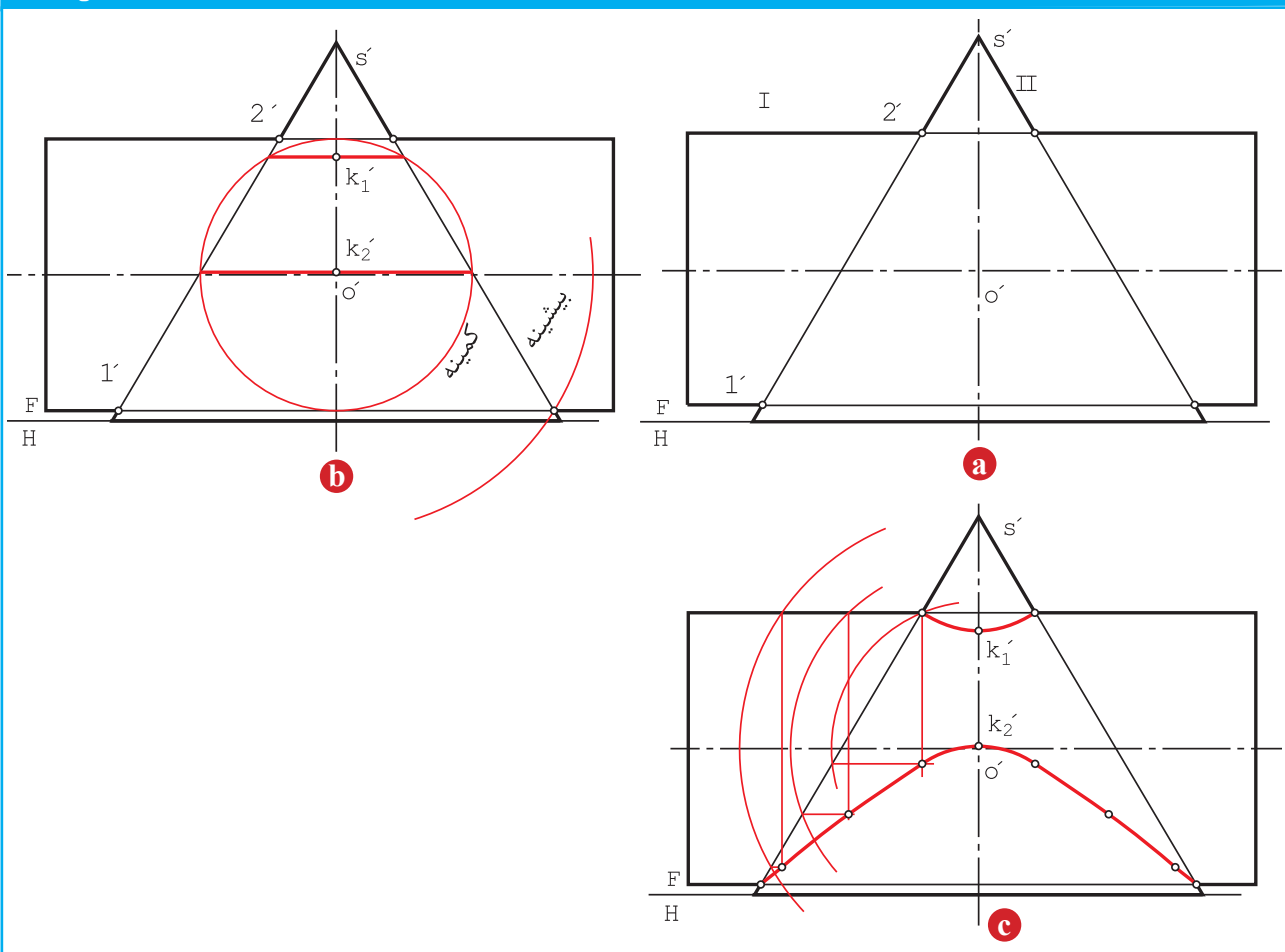
۵-۶-۱- برخورد استوانه و مخروط با محورهای عمود بر هم: این مسئله‌ی مهم را در دو حالت بررسی می‌کنیم.

شکل ۵-۹



- نقطه‌های $۱'$ و $۲'$ و O' معلوم هستند (a).
- به مرکز O' می‌توان دایره‌های کمکی را رسم کرد.
- در شکل b، کوچک‌ترین دایره رسم شده، که در این مسئله، دایره‌ای است مماس بر بدنه‌ی مخروط (۱) و حاصل آن تعیین K' است.
- در شکل c، منحنی فصل مشترک با چند دایره‌ی کمکی اضافی کامل شده است.
- ب - استوانه بدنه است (شکل ۱۰-۵، a تا c).

شکل ۱۰-۵

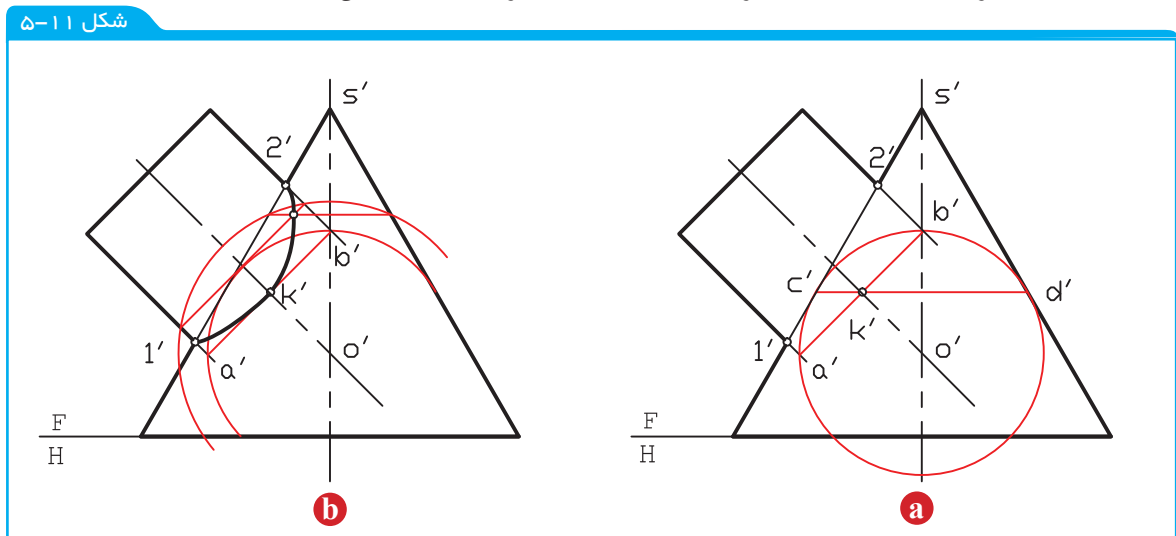


- باز هم نقطه‌های $۱'$ و $۲'$ و O' از ابتدا مشخص هستند (a).
- کوچک‌ترین دایره‌ی کمکی در این حالت، آن است که بر بدنه‌ی استوانه مماس است ولی هنوز بدنه‌ی مخروط را قطع می‌کند (b).
- به کمک کوچک‌ترین دایره، نقطه‌های k_1' و k_2' مشخص شد.

۱ - در حالی که هنوز استوانه را قطع می‌کند. این به مفهوم آن است که در این جا مخروط نسبت به استوانه قطر بیش‌تری دارد. به همین جهت آن را بدنه فرض کردیم.

- در شکل c، با رسم دایره‌های دیگر، فصل مشترک در دو قسمت مشخص شد.

۵-۶-۲- برخورد استوانه و مخروط با محورهای غیر عمود - (شکل ۱۱-۵ و a و b).

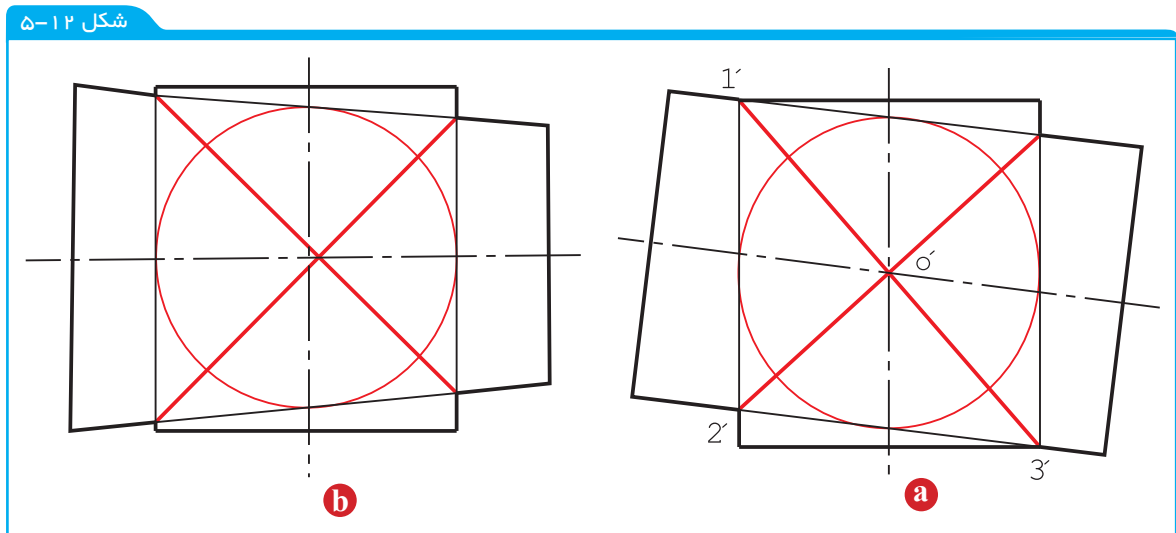


روش کار مطابق گذشته است. ضمناً در این نمونه، باز هم مخروط به عنوان بدنه خواهد بود (چرا؟)

- در شکل b، فصل مشترک کامل شد. آیا می‌توانید بگویید، بزرگ‌ترین دایره‌ی کمکی ممکن کدام است؟

۵-۷- نکته‌ی مهم!

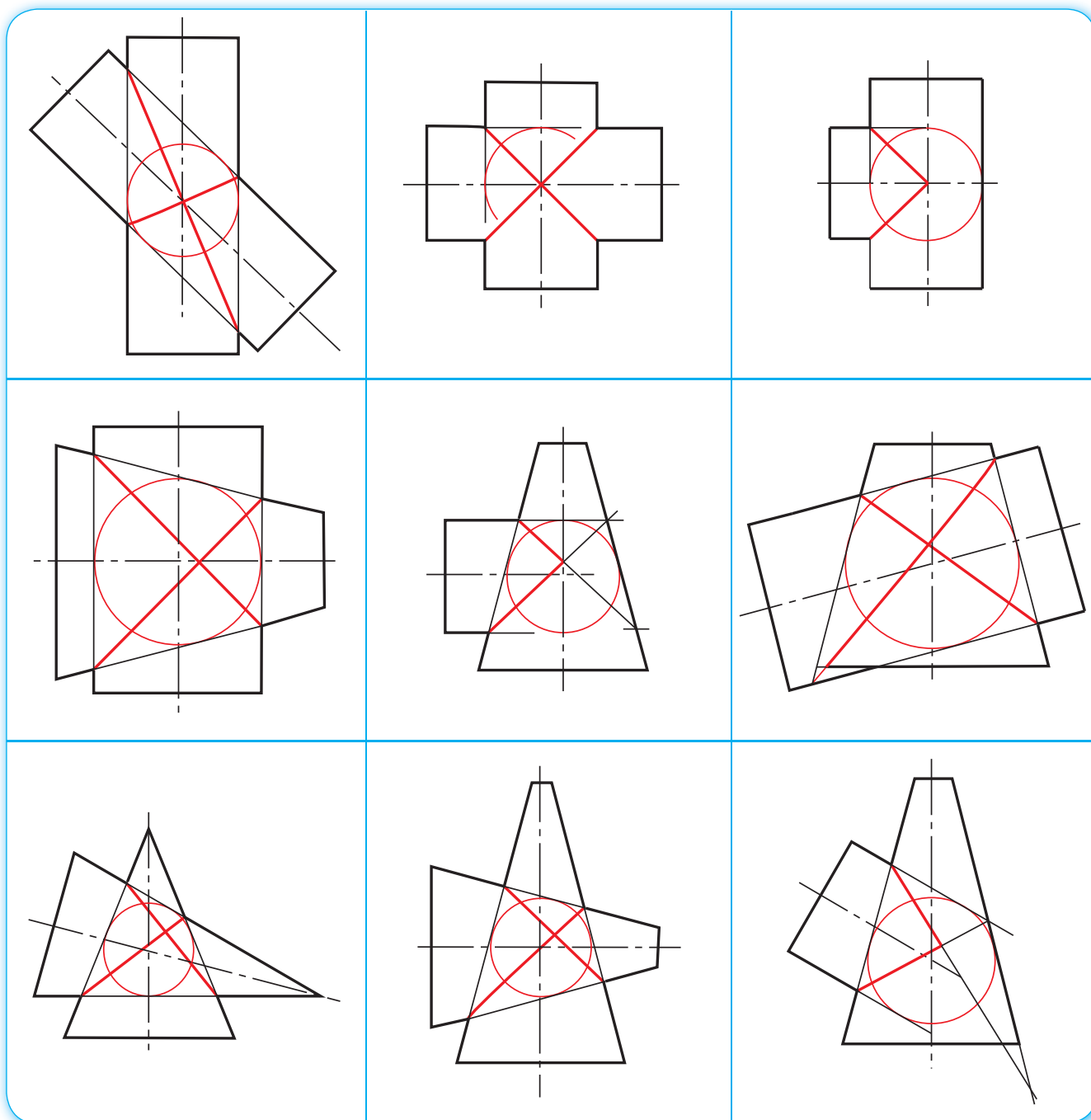
اگر در شرایطی، کوچک‌ترین دایره‌ی رسم شده، هم‌زمان بر استوانه‌ها در برخورد و استوانه یا بر مخروط مماس شود، فصل مشترک در نما به صورت خط مستقیم در خواهد آمد. شکل ۱۲-۵ دو نمونه را معرفی می‌کند.



اضافه می‌شود که این حالت برای استوانه‌ها زمانی ایجاد می‌شود که قطر آن‌ها مساوی باشند. جدول ۱-۵

نمونه‌هایی را معرفی می‌کند.

جدول ۵-۱



- ۱- در اثر برخورد اجسام، خط‌های جدیدی به وجود می‌آیند که فصل مشترک نام دارند و معمولاً با نقطه‌یابی به دست خواهند آمد.
- ۲- یک روش تعیین برخورد، استفاده از ارتباط بین سه نماست.
- ۳- زمانی که دو جسم متقاطع هر دو دوار و محورهای آن‌ها متقاطع باشند، استفاده از روش دایره‌های کمکی برای نقطه‌یابی ممکن است.
- ۴- دایره‌های کمکی
- ۵- مرکز دایره‌های کمکی، محل برخورد محورهای دو جسم است.
- ۶- در روش دایره‌های کمکی، کوچک‌ترین دایره آن است که بر جسم بزرگ‌تر مماس شود که در این حال، جسم دوم را قطع می‌کند. جسم بزرگ‌تر را بدنه در نظر می‌گیریم.
- ۷- اگر دایره‌ی کمکی، همزمان بر هر دو جسم مماس شود، فصل مشترک به خط مستقیم تبدیل خواهد شد.

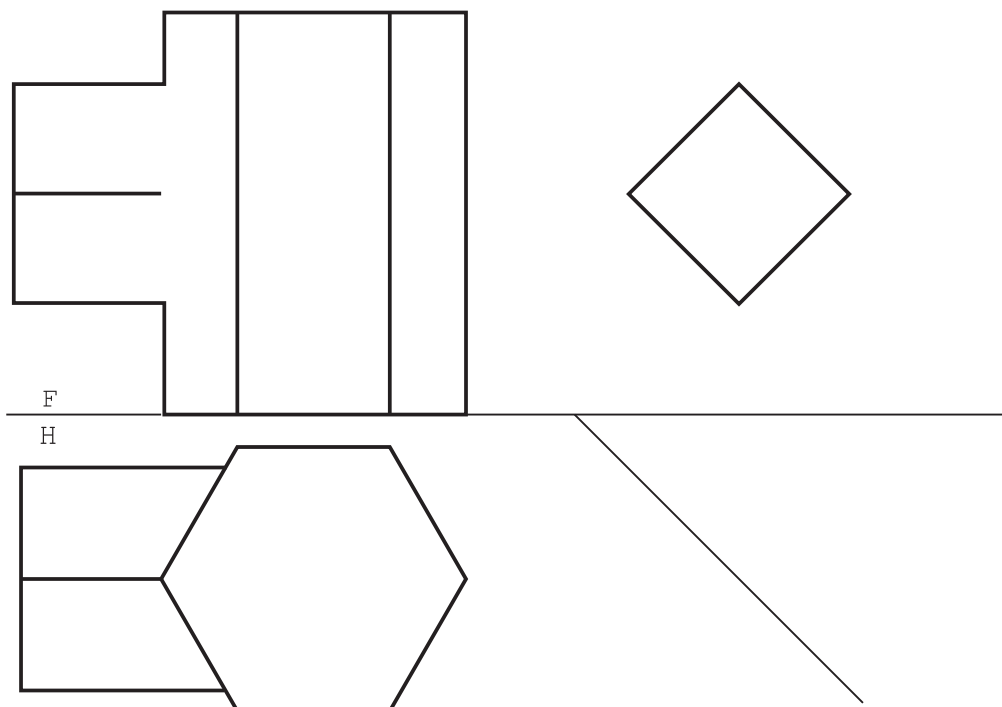
ارزشیابی نظری

- ۱- منظور از برخورد یا فصل مشترک چیست؟ با رسم یک شکل نمونه توضیح دهید.
- ۲- با رسم شکل، چگونگی استفاده از ارتباط بین نماها را برای تعیین فصل مشترک دو منشور توضیح دهید.
- ۳- با رسم شکل، چگونگی استفاده از ارتباط سه نما، برای تعیین فصل مشترک دو استوانه را توضیح دهید.
- ۴- با رسم شکل، چگونگی کاربرد دایره‌های کمکی را در نقطه‌یابی شرح دهید.
- ۵- در چه موقع می‌توان از دایره‌های کمکی برای نقطه‌یابی استفاده کرد.
- ۶- چند مسئله را، که با روش دایره‌های کمکی حل می‌شود، نام ببرید.
- ۷- در چه موقع یک جسم را بدنه می‌نامیم؟ با رسم شکل توضیح دهید.
- ۸- در چه شرایطی، فصل مشترک دو جسم دوار، در نما به صورت خط مستقیم می‌شود؟
- ۹- در چه شرایطی فصل مشترک دو استوانه، در نما به صورت خط مستقیم می‌شود؟



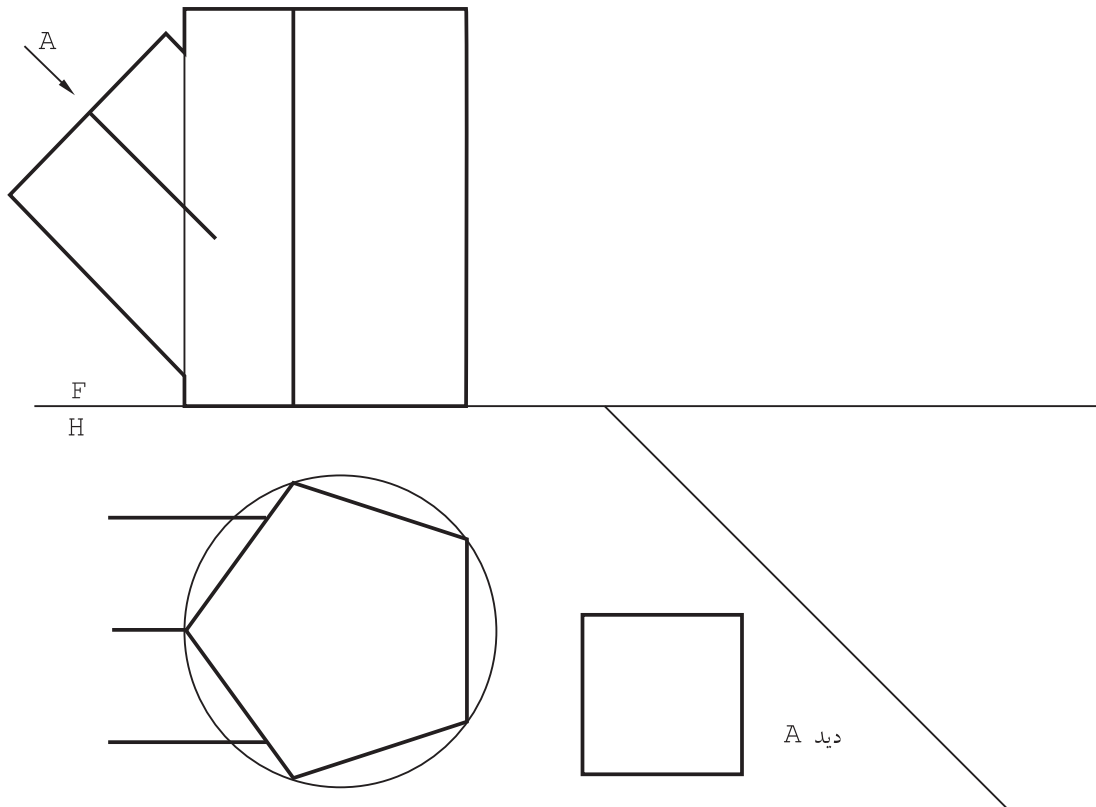
توجه: از کلیه تمرین‌های این فصل کپی تهیه و روی آن‌ها کار کنید.

۱- فصل مشترک دو منشور داده شده در شکل ۱۳-۵ را به دست آورید. سه نمای کامل ضروری است.



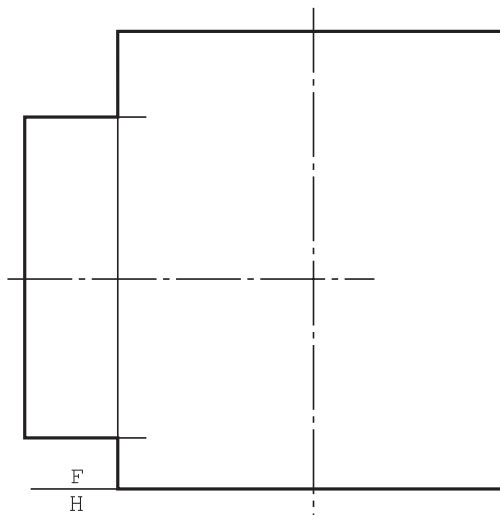
شکل ۱۳-۵

۲- برای دو منشور معرفی شده در شکل ۱۴ - ۵، سه نمای کامل را رسم کنید.



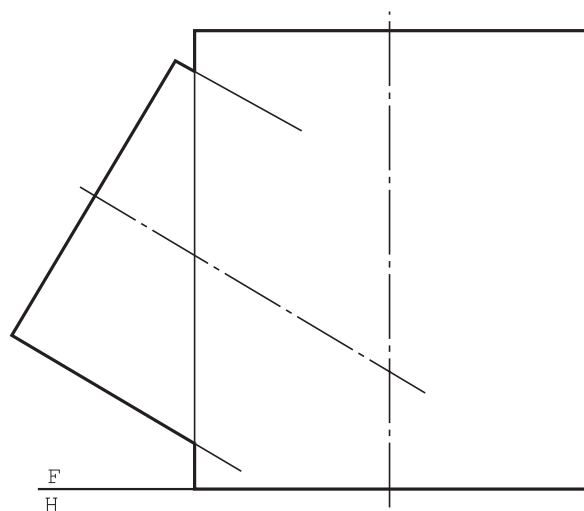
شکل ۱۴-۵

۳- برای استوانه‌های متقاطع، در شکل ۱۵ - ۵، فصل مشترک را به روش دایره‌ی کمکی رسم کنید.



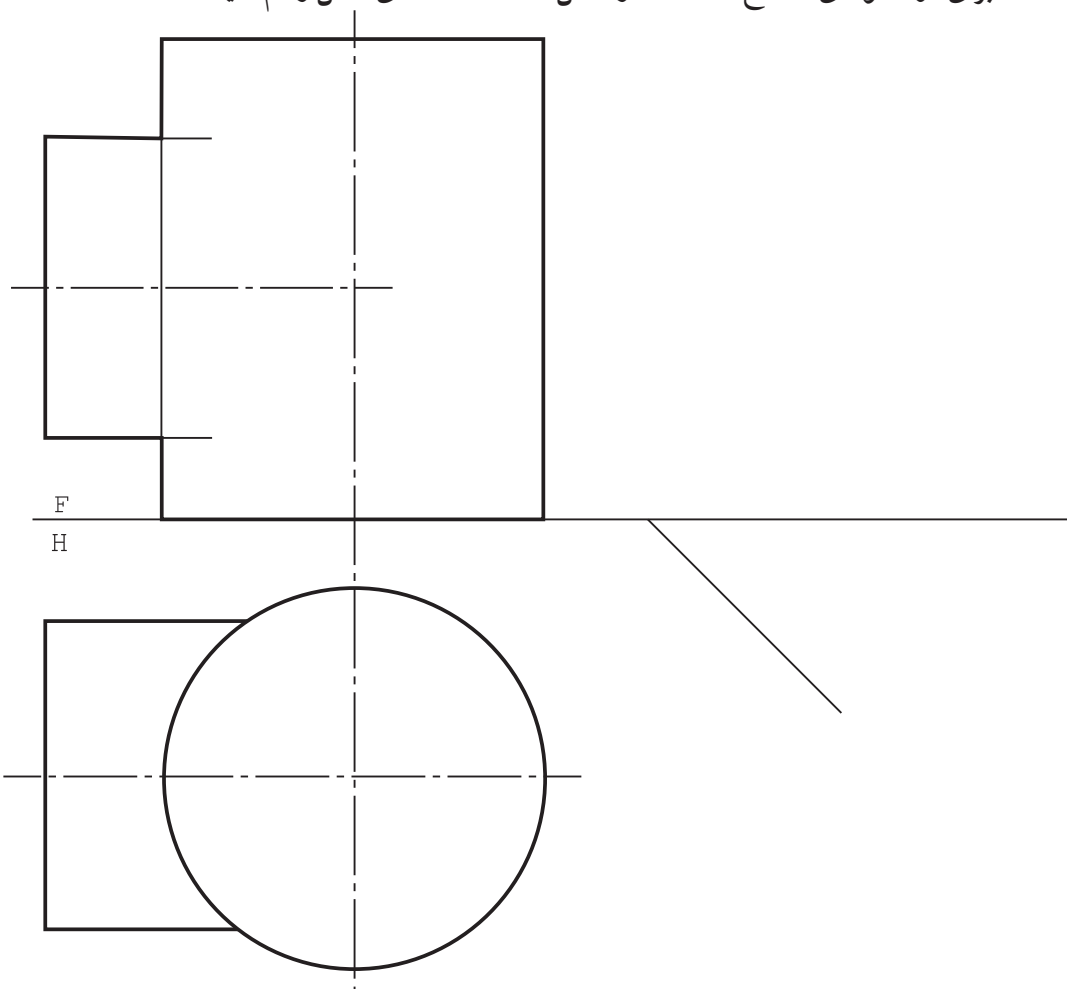
شکل ۱۵-۵

۴- برای استوانه‌های متقاطع، در شکل ۱۶ - ۵، فصل مشترک را رسم کنید.



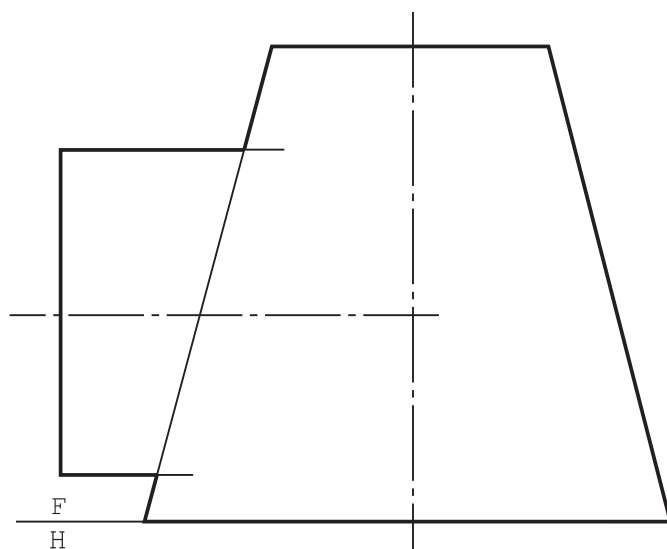
شکل ۱۶-۵

۵- برای دو استوانه‌ی متقاطع داده شده در شکل ۱۷ - ۵، سه نمای کامل رسم کنید.



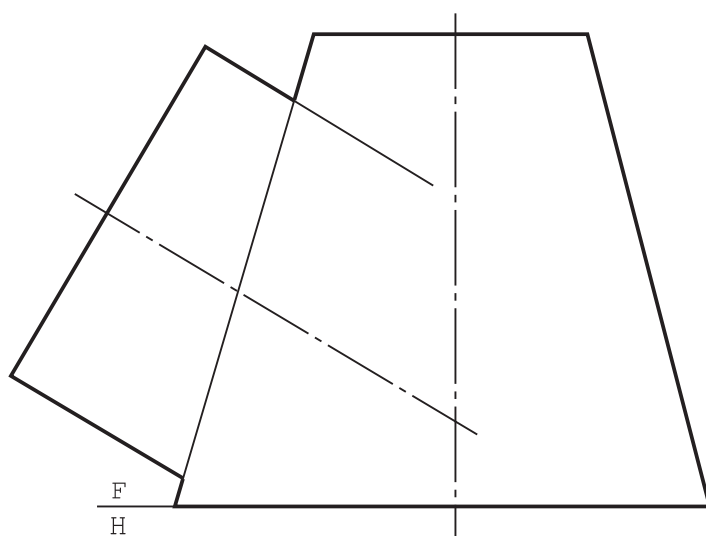
شکل ۱۷-۵

۶- برای استوانه و مخروط، فصل مشترک را به دست آورید (شکل ۱۸ - ۵).



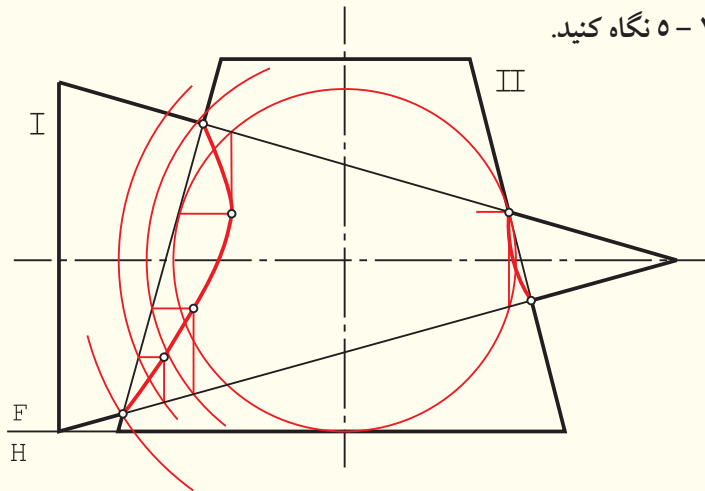
شکل ۱۸-۵

۷- برای استوانه و مخروط، فصل مشترک را به دست آورید (شکل ۱۹ - ۵).



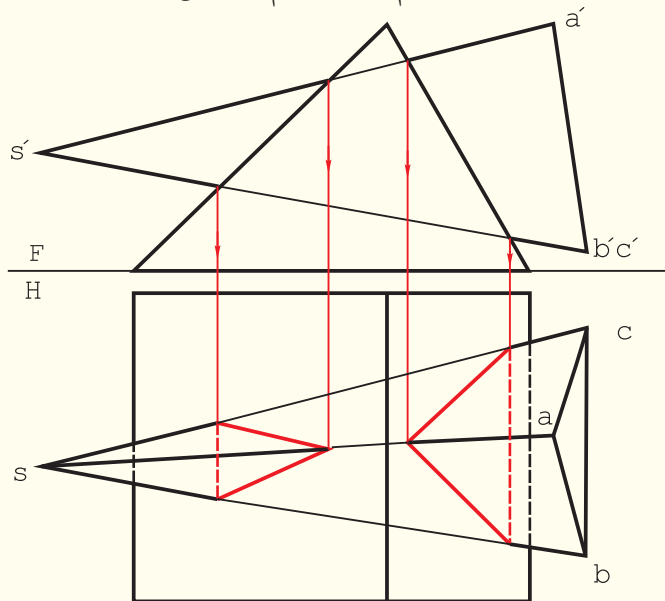
شکل ۱۹-۵

برخورد دو مخروط، در این حالت هم می‌توان با استفاده از دایره‌های کمکی و به سادگی به جواب رسید. به شکل ۲۰-۵ نگاه کنید.



شکل ۲۰-۵

کوچک‌ترین دایره آن است که به مخروط II مماس شده ولی هنوز مخروط I را قطع می‌کند. ضمناً دیدیم که اگر کوچک‌ترین دایره به هر دو مخروط مماس شود، فصل مشترک به صورت خط مستقیم ترسیم خواهد شد. نمونه‌ای از برخورد هرم و منشور هم در شکل ۲۱-۵ دیده می‌شود.



شکل ۲۱-۵

تحقیق کنید

- ۱- اگر بخواهیم در مسائل شماره‌ی ۵ و ۶ و ۷، هر سه نما را رسم کنیم، روش کار چیست؟
- ۲- آیا منحنی‌های به دست آمده در برخورد استوانه‌ها و مخروط داده شده در متن، شکل معینی دارند؟ در این صورت نام آن‌ها چیست؟



گسترش و اصول آن

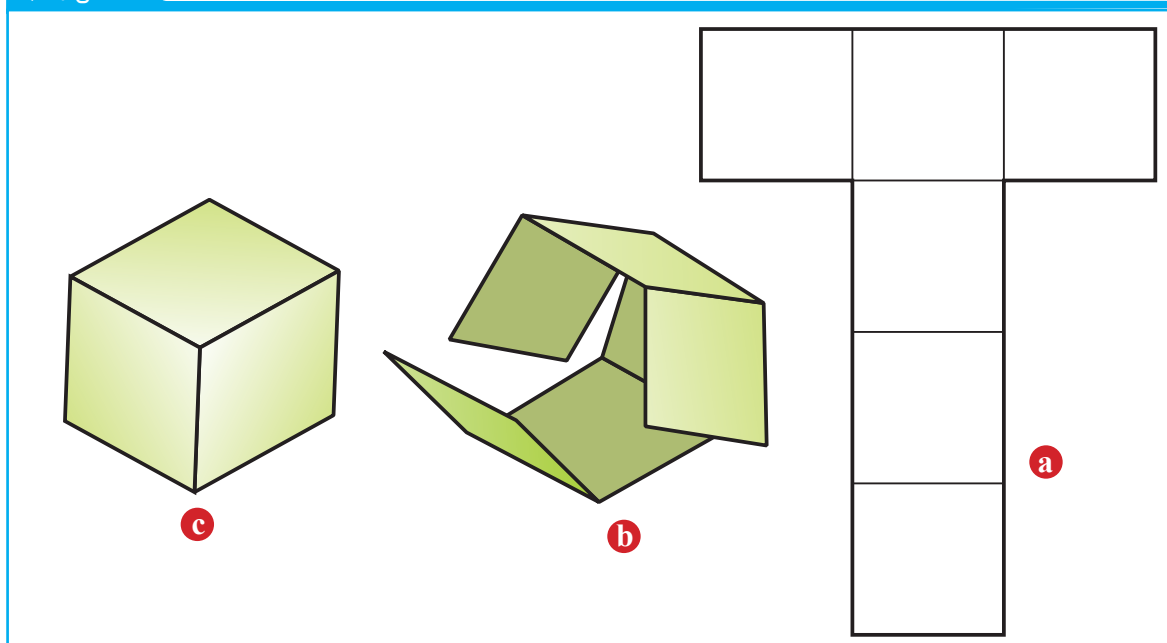
فراگیرنده، پس از پایان این درس، باید بتواند

- ۱ گسترش را تعریف کند.
- ۲ اصول گسترش را شرح دهد.
- ۳ روش‌های اتصال را بیان کند.
- ۴ انواع فرنگی پیچ را رسم کند.

۶-۱- در گفتاری که با عنوان گسترش مطرح می‌شود، برخی اصطلاحات را به کار می‌بریم. ابتدا به، اختصار درباره‌ی آن‌ها گفتگو می‌کنیم.

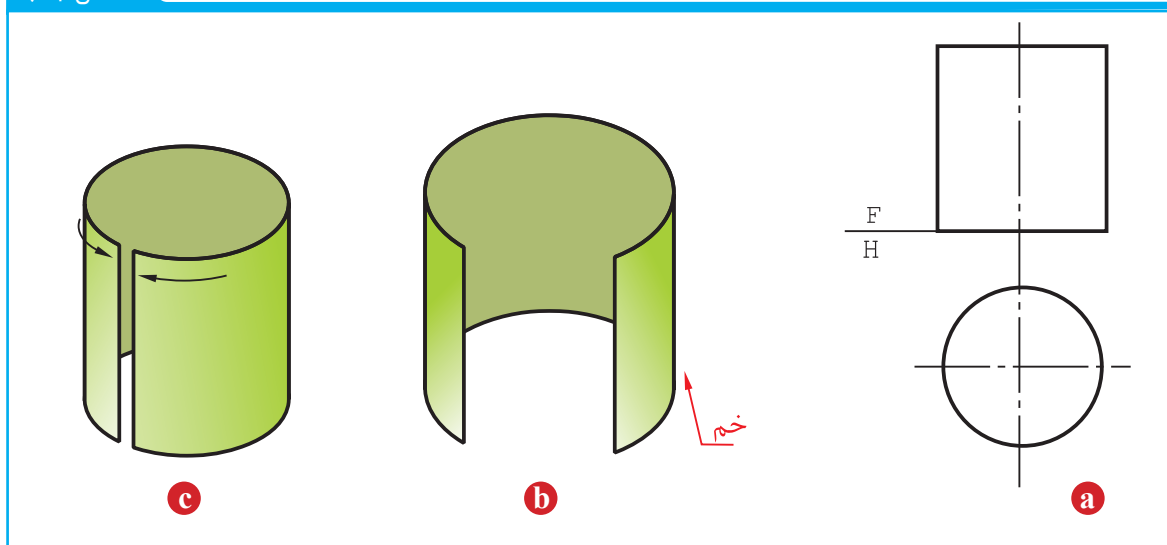
۶-۱-۱- مقدمه: زمانی که بخواهیم از ورق دو بعدی فلزی یا غیر فلزی و حجمی یا ظرفی را بسازیم، یک روش آن است که طرحی دو بعدی و مناسب برای آن روی ورق رسم کنیم و پس از بریدن، شکل دادن به آن و استفاده از چسب یا جوش یا ...، آن را بسازیم. به این کار، یعنی ترسیم شکل مناسب برای ساخت حجم مورد نظر، گسترش یا گسترانیدن می‌گویند (شکل ۱-۶).

شکل ۱-۶



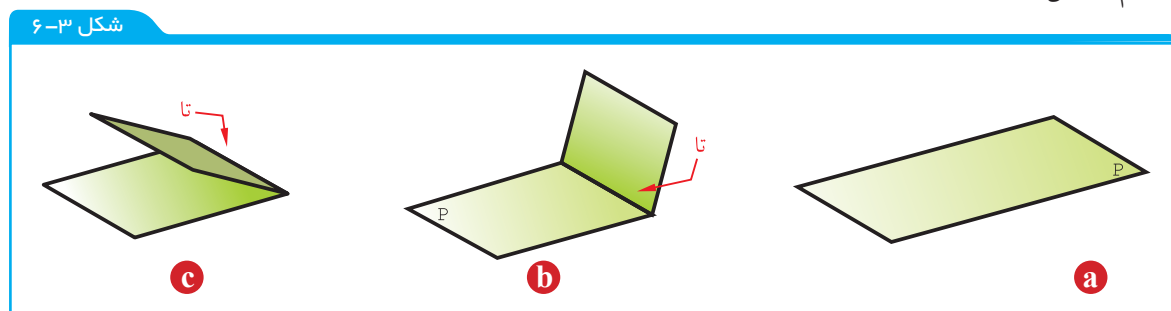
۶-۱-۲- خم: اگر به کمک دست یا نورد، ورق را به شکل منحنی در آوریم، می‌گوییم آن را خم کرده‌ایم. توجه شود که در این خم کردن، خط مشخصی روی ورق به وجود نمی‌آید (شکل ۲-۶).

شکل ۲-۶

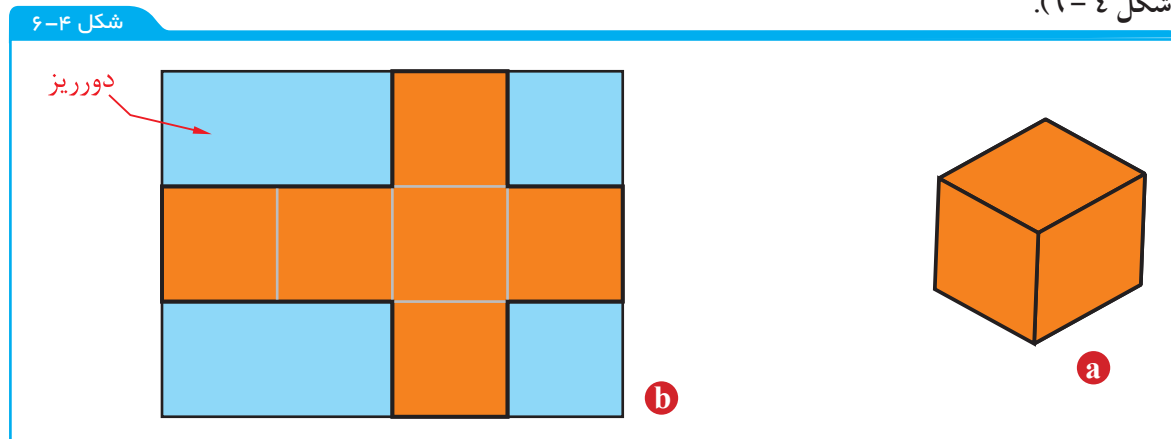


این شکل، ایجاد خم برای ساخت یک استوانه از یک مستطیل را نشان می‌دهد.

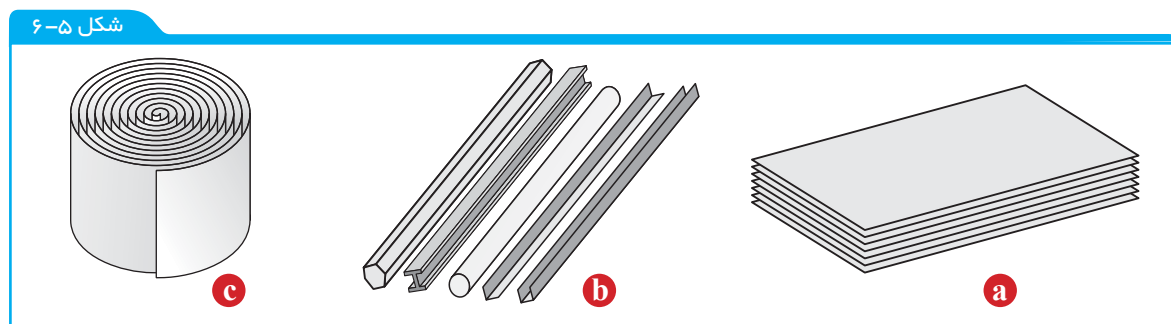
۳-۱-۶- تا: اگر ورق را به گونه‌ای شکل دهیم که روی آن یک خط مشخص به وجود آید، می‌گوییم آن را تا زده‌ایم (شکل ۳-۶).



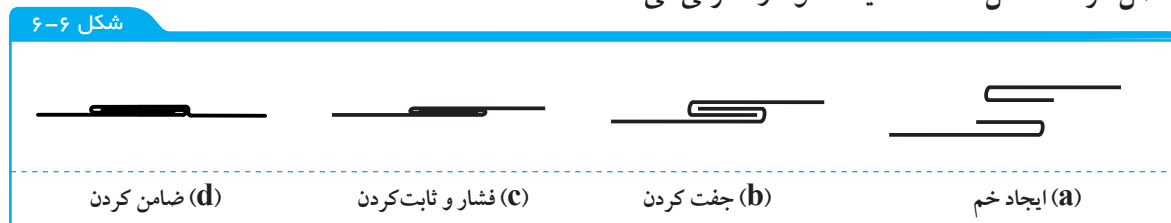
۴-۱-۶- دور ریز: مقداری از ورق است که پس از بریدن طرح گسترش، زائد و به عبارت دیگر ضایعات است (شکل ۴-۶).



۵-۱-۶- نیم ساخته: قطعاتی هستند که برای استفاده از آن‌ها لازم است با روش‌های مختلف، مانند برش یا خم کردن و... تغییراتی در آن‌ها ایجاد کرد. از آن‌ها می‌توان به ورق‌ها و شمش‌ها اشاره کرد (شکل ۵-۶).



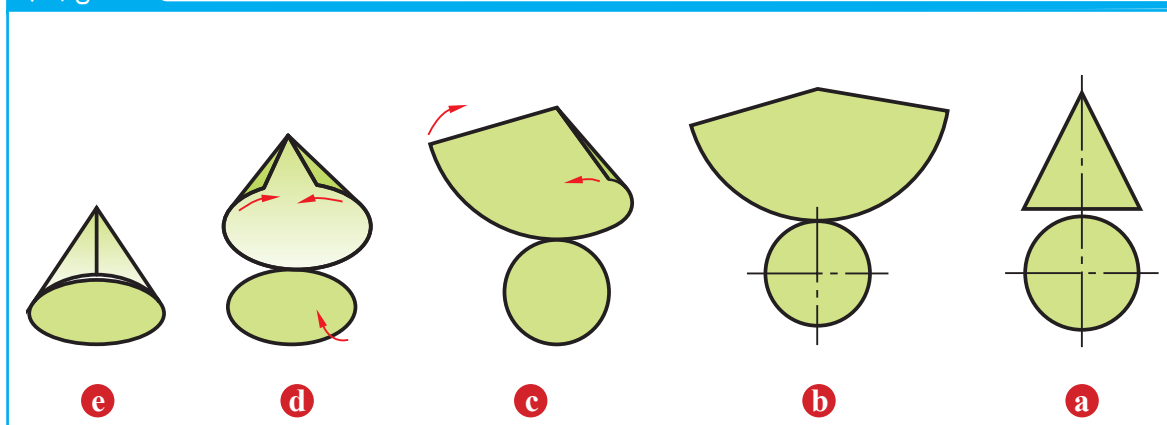
۶-۱-۶- فرنگی پیچ: عبارت است از فرم‌ها و شکل‌هایی که در لبه‌ها ایجاد می‌شود، تا ورق‌های فلزی به هم متصل گردند. شکل ۶-۱a تا ۶-۱c یک نمونه را معرفی می‌کند.



۶-۲- گسترش

گسترش عملی است که طی آن یک حجم سه بعدی را بر روی یک ورق دو بعدی می‌گسترانیم. شکل ۷-۶ نمونه‌ای را ارائه می‌کند.

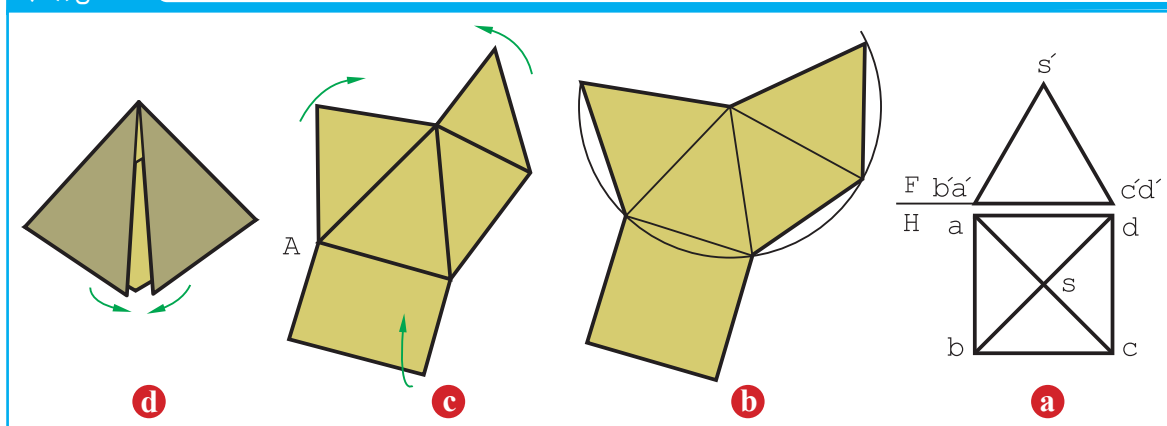
شکل ۷-۶



پس از انجام این کار می‌توان با برش‌های رسم شده و زدن تاها و خم‌های لازم، حجم مورد نظر را ساخت (شکل

۸-۶)

شکل ۸-۶



نمونه‌ی دیگری دیده می‌شود.

۶-۲-۱- گسترش مربوط به چه اجسامی است؟ به طور معمول مبحث گسترش مربوط به احجام است. یعنی آن‌هایی که از انواع ورق، چه فلزی و چه غیر فلزی، ساخته می‌شوند.

اگر توجه کنیم که یکی از مهم‌ترین نیم‌ساخته‌های صنعتی ورق‌ها هستند، به اهمیت این موضوع بیشتر پی می‌بریم.

۶-۳- اصول گسترش

- گسترش مخصوص احجامی است که از ورق ساخته می‌شوند. می‌توان به آن‌ها ظروف هم گفت.

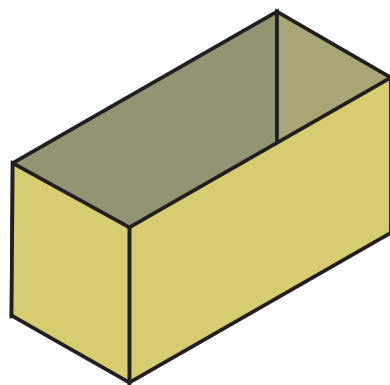
- در گسترش، دور ریز کم‌تر مورد نظر است.

- جسم باید راحت‌تر ساخته شود.

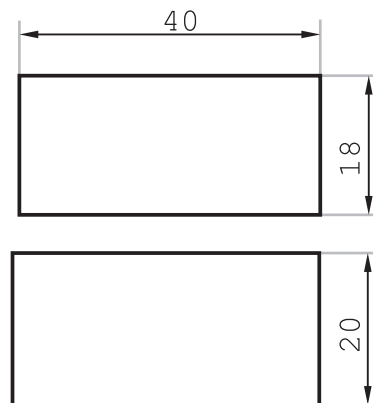


- اگر همه‌ی قسمت‌ها به هم متصل باشند بهتر است.^(۱)
- خطِ تا، با خطِ نازک رسم می‌شود.
- خط‌های دوری گسترش، با خط اصلی رسم می‌شوند.
- برای اتصال لبه‌ها به هم، زائده‌های لازم پیش‌بینی می‌شود.
- به طور معمول هنگام گسترش، ضخامت ورق را کم فرض می‌کنند و از آن صرف نظر می‌شود.
- حجم‌ها را معمولاً با تقریب اضافی می‌سازند.^(۲)
- رسیدن به شکل دقیق ساختمانی، اهمیت دارد.
- در گسترش فقط از اندازه‌های حقیقی استفاده می‌شود.
- کم‌تر شدن هزینه‌های ساخت اهمیت دارد.

می‌خواهیم یک جعبه‌ی مکعب مستطیلی مطابق شکل ۹-۶ بسازیم. گسترده‌ی لازم چیست؟

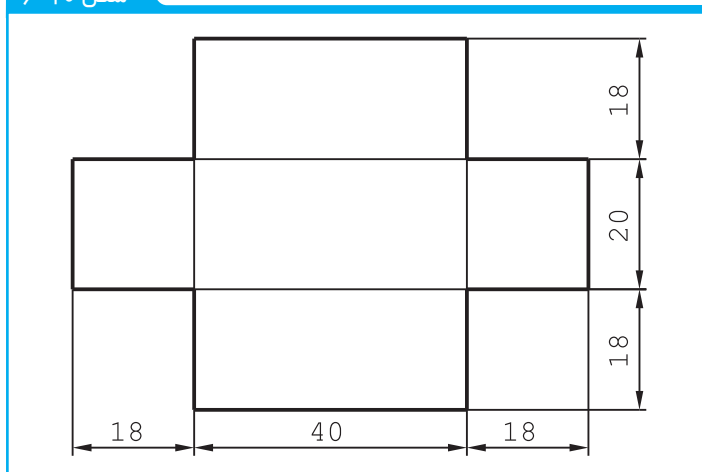


شکل ۹-۶



- گسترده از پنج مستطیل تشکیل می‌شود که آن‌ها را متصل به هم روی ورق رسم می‌کنیم (شکل ۱۰-۶).

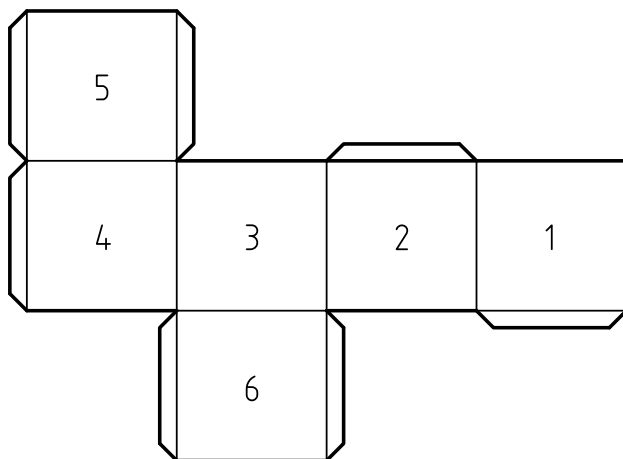
شکل ۱۰-۶



- ۱ - مثلاً می‌توان یک مکعب را با شش مربع جدا از هم ساخت، ولی اگر آن‌ها در گسترش متصل به هم باشند، کار ساخت آسان‌تر خواهد شد.
- ۲ - یعنی بزرگ‌تر می‌سازند، زیرا حجم‌ها معمولاً خیلی دقیق نیستند.

باید به چگونگی رسم خط‌ها و ضخامت آن‌ها دقیقاً توجه شود. معمولاً گسترده را اندازه‌گذاری نمی‌کنند، زیرا با ابعاد واقعی رسم شده و برای ساخت آماده است.^(۱)

شکل ۶-۱۱

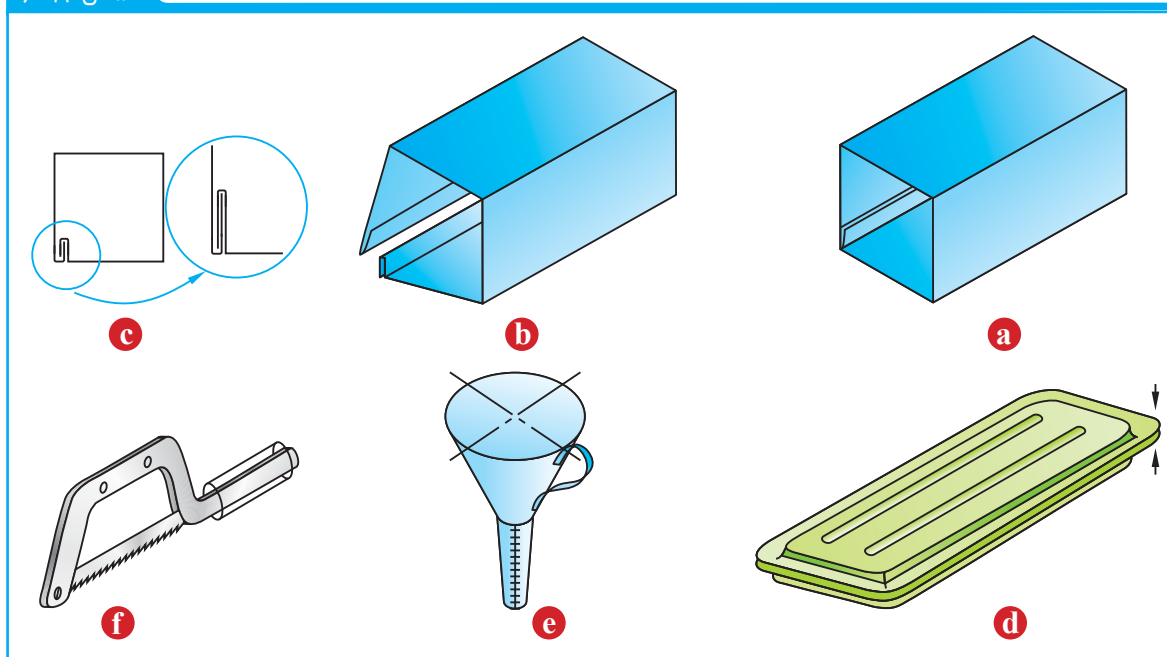


۶-۴- روش‌های اتصال

برای اتصال ورق‌ها به هم می‌توان از انواع چسب، پیچک، لحیم، جوش و پرچ استفاده کرد. برای ورق‌های نازک غیرفلزی چسب مناسب است. به همین منظور باید لبه‌های اضافی در نظر گرفت (شکل ۶-۱۱).

برای ورق‌های نازک فلزی، انواع فرنگی پیچ، نقطه جوش و قرقره جوش کاربرد دارد (شکل ۶-۱۲).

شکل ۶-۱۲

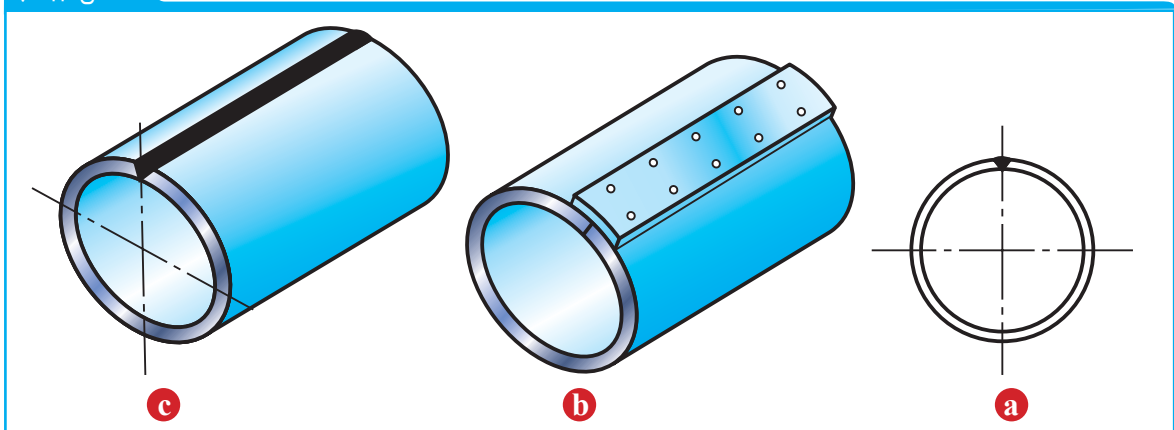


برای ورق‌های ضخیم فلزی می‌توان از پرچ یا جوش استفاده کرد. اگر روش اتصال جوش باشد، بدیهی است که باید درزهای جوش مناسب در نظر گرفت.^(۲) (شکل ۶-۱۳)

۱- گاهی، مثلاً برای ساخت قالب برش آن، برای کنترل و بازرسی و یا برای نمونه‌های آموزشی گفته شده، گسترده اندازه‌گذاری خواهد شد.

۲- در آینده توضیح بیشتر داده خواهد شد. در جدول‌های شماره‌ی ۱-۶ و ۲-۶ انواع پیچک‌ها معرفی شده‌اند.

شکل ۱۳-۶



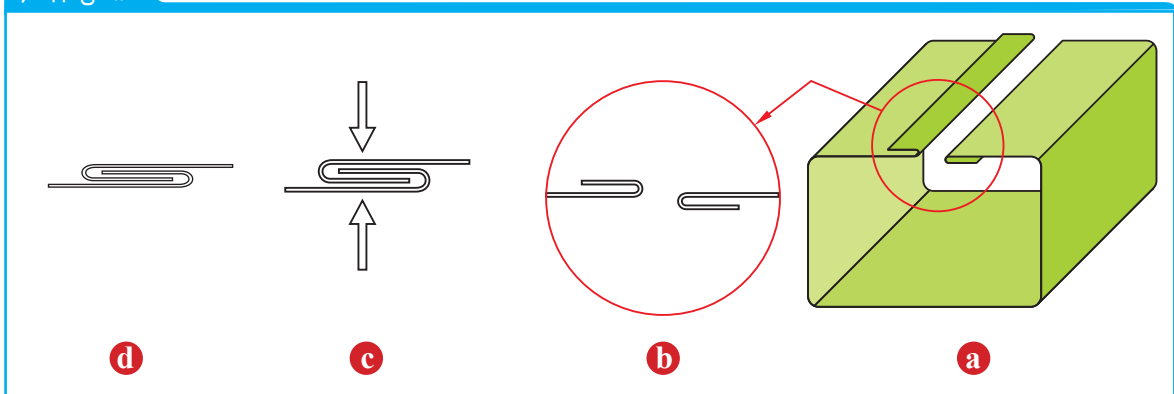
۵-۶- انواع فرنگی پیچ

پیچک‌ها یا اتصال‌های قفلی یا فرنگی پیچ‌ها نوعی از اتصالات هستند که برای ورق‌های نازک هم جنس یا غیر هم جنس مناسب است.

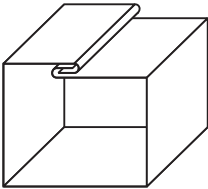
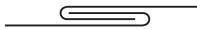
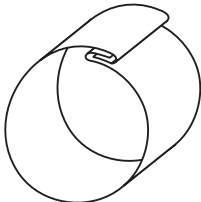
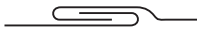
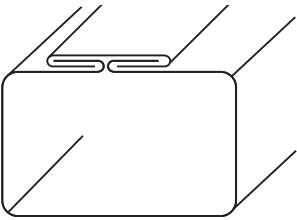
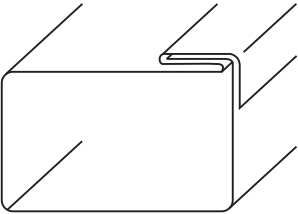
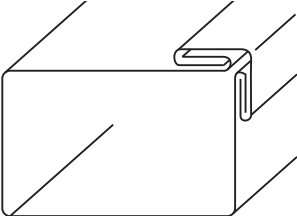
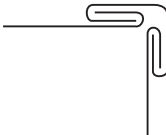
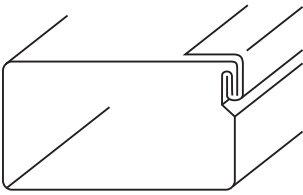
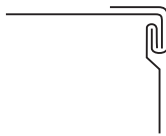
در این روش اتصال، لبه‌ی ورق‌ها را به گونه‌ای مناسب خم می‌شود و سپس به صورت قفلی در یک‌دیگر داخل می‌کنند. آن‌گاه کوبیده می‌شوند یا زیر دستگاه فشار قرار می‌گیرند. به این ترتیب یک اتصال مطمئن به وجود می‌آید.

در پیچک نشان داده شده در شکل ۱۴-۶، ابتدا در دو لبه‌ی ورق خم‌های لازم زده می‌شود و سپس با کوبیدن یا فشردن، اتصال محکم می‌شود.

شکل ۱۴-۶



در جدول ۳-۶ نمونه‌های دیگری از روش‌های اتصال دیده می‌شود.

کاربرد	شکل پیچک
 بیش تر از اتصالات طولی کانال-استوانه	 پیچک ساده
 اتصالات طولی استوانه، مخزن، کانالی	 فرنگی پیچ ساده با ضامن
 اتصال موقت یا متحرک طولی	 فرنگی پیچ کشویی
 اتصالات طولی کانال	 پیچک کانال (آمریکایی)
 اتصال مستقیم یا دارای زاویه	 فرنگی پیچ گوشه
 اتصال مستقیم زانو و سه راه با مقاطع چهارگوش	 فرنگی پیچ کشویی گوشه

جدول ۲-۶- معرفی شکل های فرنگی پیچ و کاربرد آنها

کاربرد	شکل فرنگی پیچ
اتصال استوانه مانند کلاهک	۱ فرنگی پیچ کف ساده
اتصال کف مخزنی مانند دایره	۲ فرنگی پیچ دویل
اتصال کف	۳ پیچ دویل
اتصال کف	۴
اتصال کف مانند اتصال دکمه فلزی	۵
اتصال کف	۶

- ۱- فرم دادن ورق به شکل منحنی را «خم» و فرم دادن به شکل لبه را «تا» گویند.
- ۲- فرنگی پیچ یا پیچک، فرمی است که برای اتصال ورق‌های فلزی به هم، در لبه‌ها ایجاد می‌شود.
- ۳- گسترش، عملی است که طی آن یک حجم سه بعدی را روی یک ورق دو بعدی می‌گسترانیم.
- ۴- خط تا، نازک و خط دوره‌ی گسترش، پهن خواهد بود.
- ۵- حجم، معمولاً با تقریب اضافی ساخته می‌شود.
- ۶- در گسترش تنها از اندازه‌های حقیقی استفاده می‌شود.

ارزشیابی نظری

توجه: در همه‌ی موارد، رسم شکل دستی لازم است.

- ۱- منظور از اصطلاح «خم» را شرح دهید.
- ۲- مفهوم اصطلاح «تا» را توضیح دهید.
- ۳- دور ریز چیست؟ آیا میزان آن اهمیتی دارد؟
- ۴- نیم‌ساخته به چه شکل از مواد گفته می‌شود؟
- ۵- منظور از فرنگی پیچ چیست؟ یک نمونه را دقیقاً معرفی کنید. دو اصطلاح دیگر برای فرنگی پیچ کدام‌اند؟
- ۶- گسترش را دقیقاً تعریف کنید.
- ۷- حداقل ده مورد از اصول گسترش را بنویسید (رسم شکل دستی در یکی از موارد لازم است).
- ۸- یک نمونه از گسترش را معرفی کنید.
- ۹- برای اتصال لبه‌ها در ساخت، از چه روش‌هایی استفاده می‌شود؟
- ۱۰- برای ساخت یک پیچک چه می‌کنند؟

ارزشیابی عملی

- ۱- گسترش کامل مکعب مستطیلی به ابعاد $60 \times 35 \times 28$ را با در نظر گرفتن لبه‌های اضافی برای چسباندن، رسم کنید.
- ۲- جدول ۱-۶ و ۲-۶ را مجدداً و با دقت رسم کنید.

تحقیق کنید

آیا گسترش برای جسم توپر هم مطرح هست؟ چگونه؟



گسترش احجام ساده

- ۱ گسترش منشور را رسم کند.
- ۲ گسترش هرم را رسم کند.
- ۳ گسترش استوانه را رسم کند.
- ۴ گسترش مخروط را رسم کند.
- ۵ گسترش کره را رسم کند.
- ۶ ماکت گسترش‌ها را بسازد.

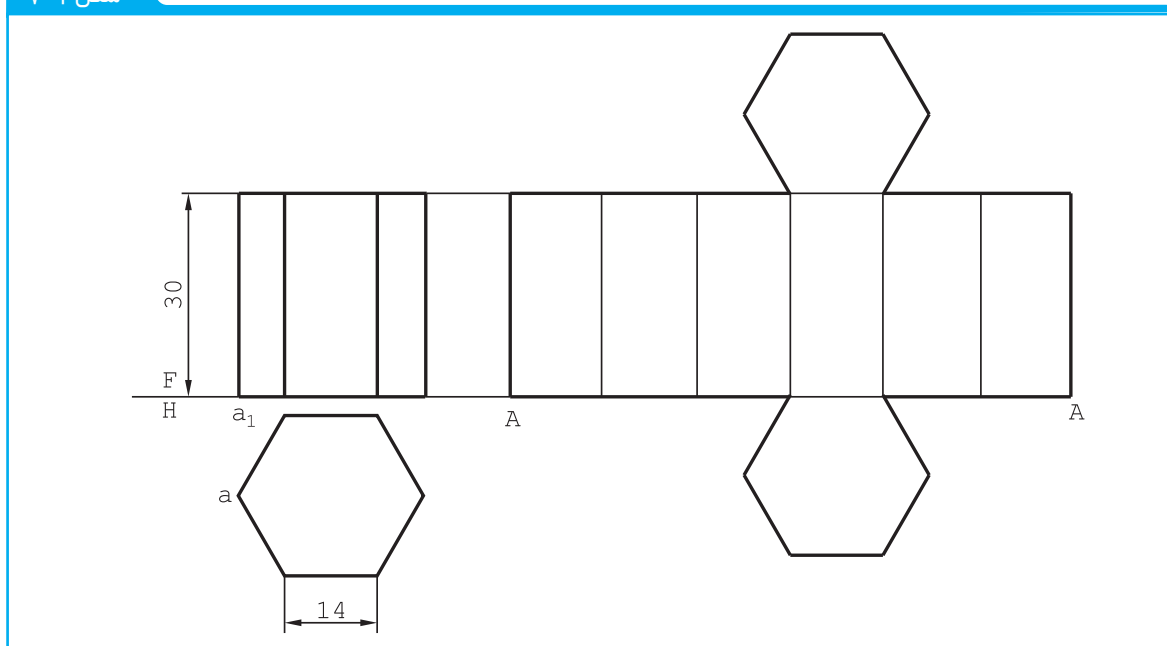
فراگیرنده، پس از پایان این درس، باید بتواند

۷-۱- گسترش منشور

گسترده‌ی بدنه‌ی یک منشور کامل می‌تواند از چند مستطیل یا متوازی‌الاضلاع و دو قاعده به صورت چند ضلعی تشکیل شود.

۷-۱-۱- گسترش منشور قائم: منشور قائم کامل، از مستطیل‌های جانبی و قاعده‌های آن تشکیل می‌شود. در شکل ۷-۱-۱ گسترش منشور با قاعده‌ی شش ضلعی منتظم رسم شده است.

شکل ۷-۱



گسترده، یک مستطیل با طول ۸۴ و عرض ۳۰ است. دو قاعده هم اضافه شده است. کار ساده است زیرا همه‌ی یال‌ها دارای اندازه‌ی واقعی هستند.

همان گونه که دیده می‌شود، منشور از یال A باز شده است. جای باز شدن را می‌توان، از جهات مختلف، مانند ساده‌تر شدن گسترش، ساده‌تر بودن ساخت و ... تعیین کرد. البته در گسترش‌های آینده، موارد زیر رعایت می‌شود:

- ساده‌تر بودن رسم گسترش؛

- در نظر نگرفتن زائده‌های اضافی برای اتصال، مثلاً چسباندن (تنها برای ساده‌تر شدن گسترش)؛

- در نظر گرفتن دقیق ضخامت خط‌ها؛

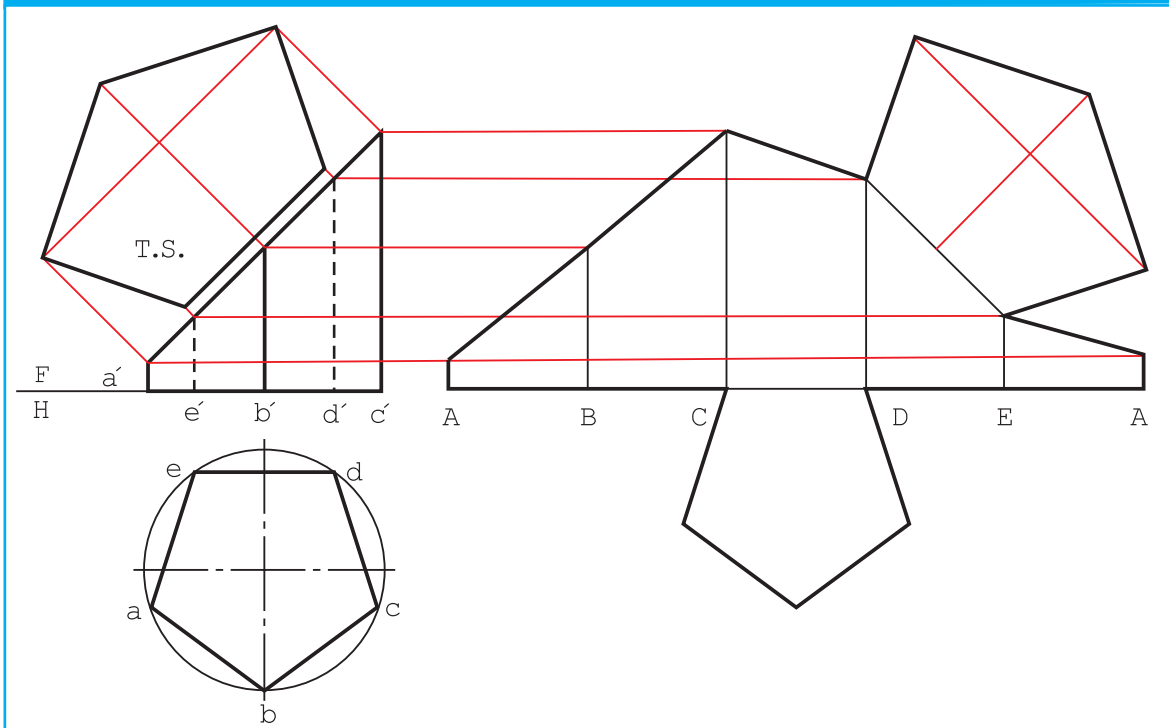
- صرف نظر از اندازه‌گذاری و در نظر گرفتن حروف یا شماره برای نام گذاری (در صورت نیاز).

۷-۱-۲- گسترش منشور برش خورده: منشور با قاعده‌ی پنج ضلعی منتظم را در نظر می‌گیریم (شکل

۷-۲).

این منشور با یک صفحه‌ی منتصب بریده شده است. انتقال قاعده و مقطع، مطابق موارد گفته شده در انتقال، صورت می‌گیرد.

شکل ۷-۲

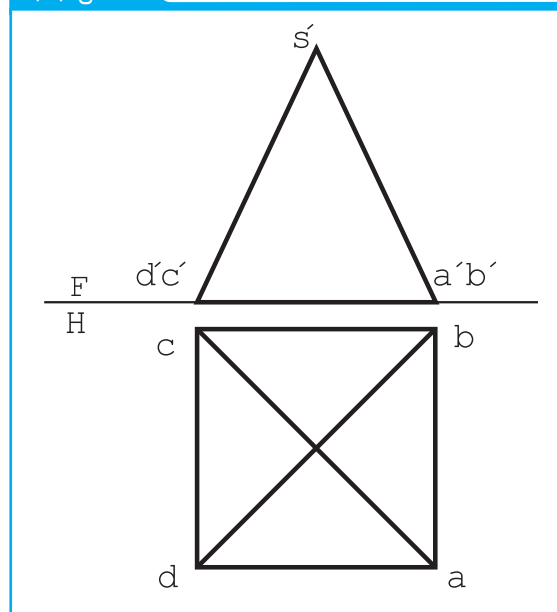


۷-۲- گسترش هرم

گسترده‌ی بدنه‌ی یک هرم کامل، از چند مثلث تشکیل می‌شود ضمن این که قاعده هم باید افزوده شود.

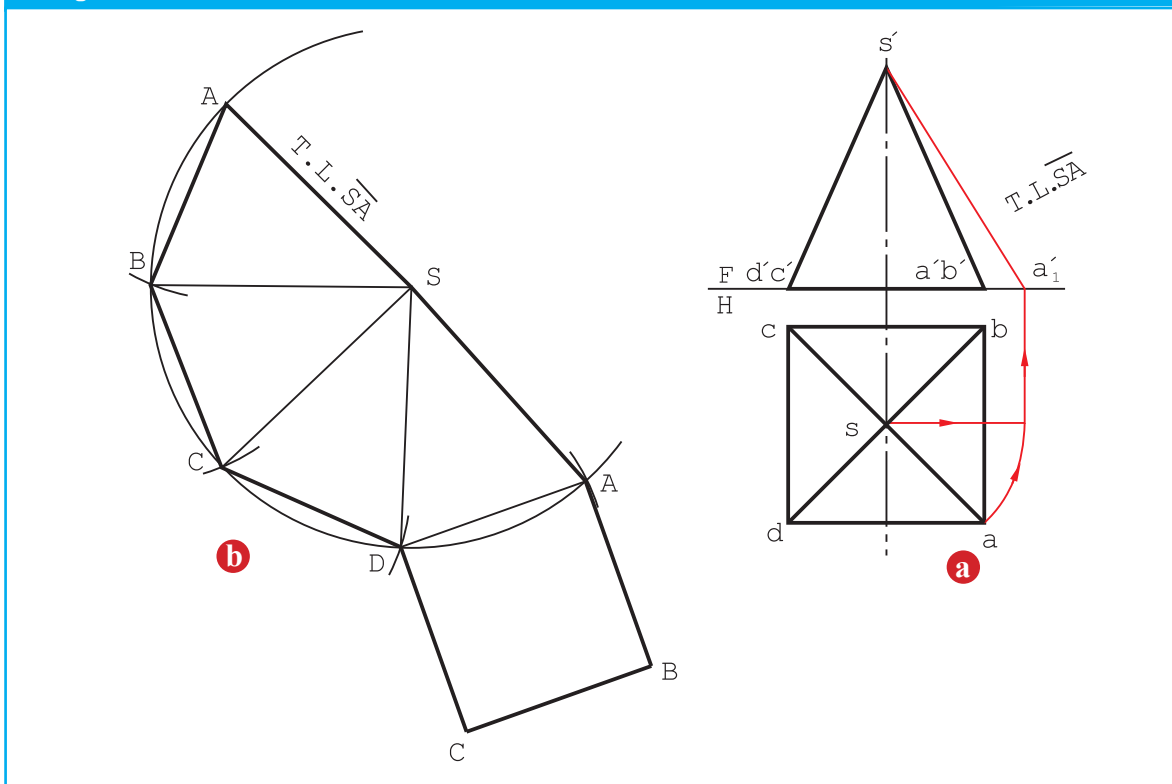
۷-۲-۱- گسترش هرم کامل: هرم معرفی شده در شکل ۷-۳ دارای قاعده‌ی مربع است. همه‌ی یال‌های آن برابرند و برای رسم گسترش، ابتدا باید اندازه‌ی حقیقی یکی از آن‌ها مثلاً $\overline{SA}$ تعیین شود.

شکل ۷-۳



با انتخاب جای مناسب، پاره خط $\overline{SA}$ را رسم می‌کنیم. هرم از روی یال $\overline{SA}$ باز می‌شود (شکل ۴-۷).

شکل ۴-۷



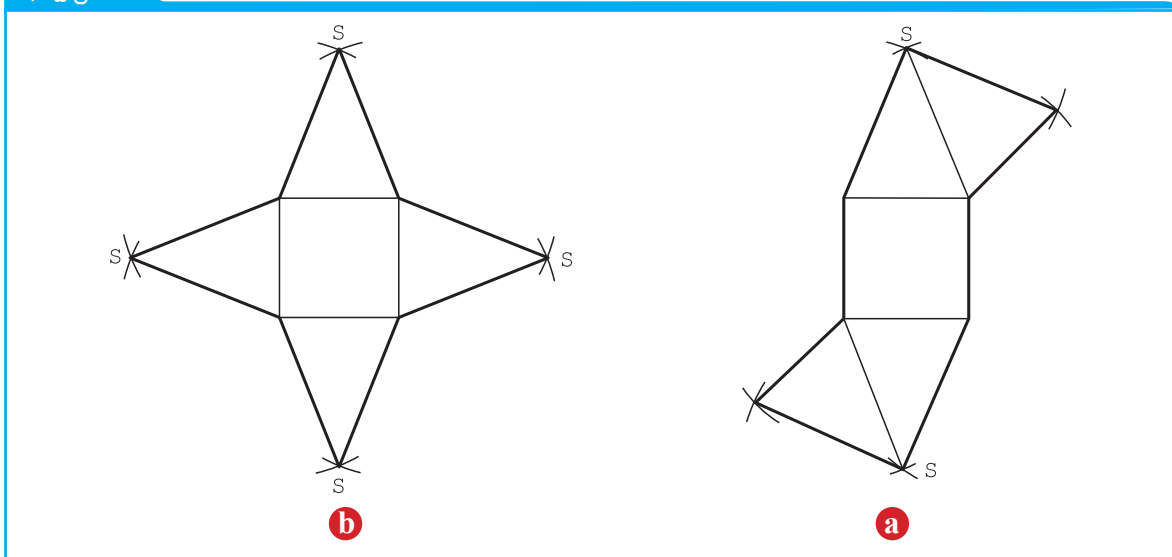
- باید مثلث SAB رسم شود. اندازه‌ی واقعی AB و SB معین است. حال به کمک کمان‌هایی که با پرگار می‌زنیم، مثلث را می‌سازیم.

- به همین ترتیب سه مثلث دیگر را اضافه می‌کنیم.

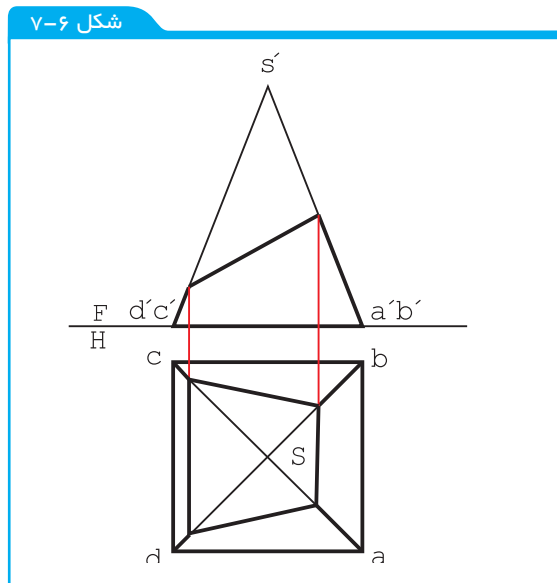
- با افزوده شدن قاعده، گسترش کامل می‌شود.

این گسترش به صورت‌های دیگر هم ممکن است (شکل ۵-۷).

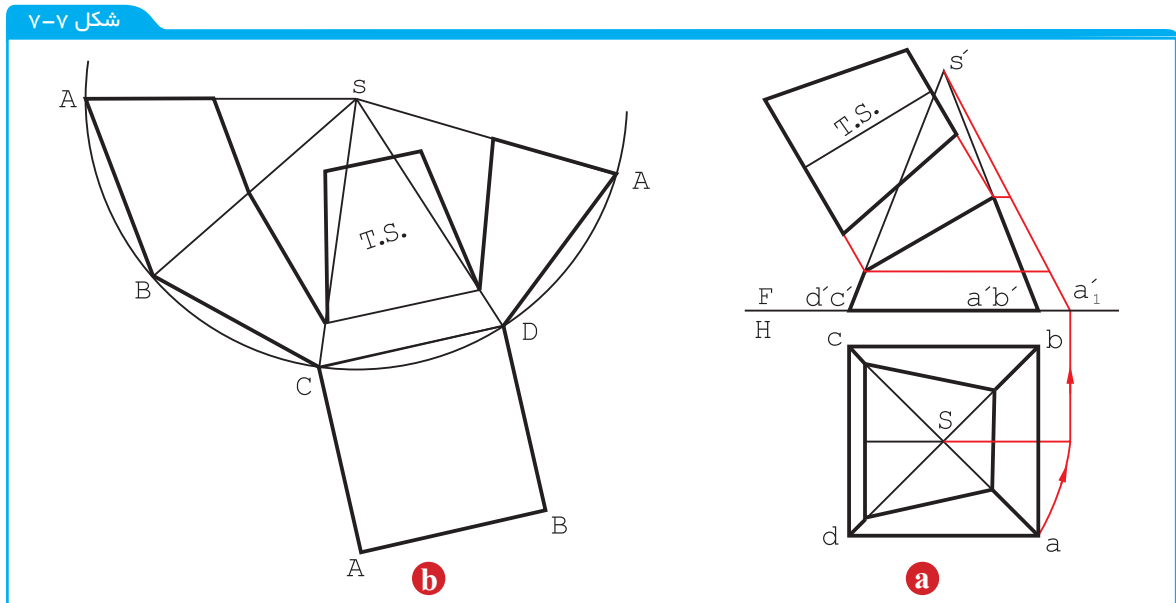
شکل ۵-۷



۷-۲-۲- گسترش هرم برش خورده: در شکل ۶-۷، هرم با یک صفحه‌ی منتصب بریده شده است.



- اندازه‌ی حقیقی مقطع را به دست می‌آوریم (شکل ۷-۷).



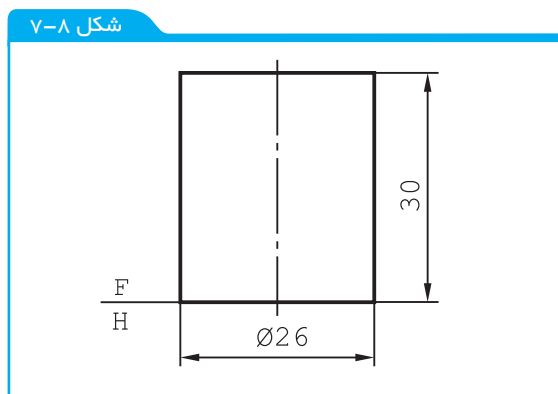
- می‌توان ابتدا هرم را به صورت کامل فرض کرد و گسترش داد و سپس قسمت‌های جدا شده را کم کرد.
- می‌توان با انتخاب جای مناسب، هرم را از یک یال باز نمود.
- یال انتخابی را $\overline{SA}$ گرفتیم.
- اندازه‌ی حقیقی باقی مانده از هر یال را روی شکل داریم.
- اندازه‌ی حقیقی مقطع نیز با روش مثلث‌بندی یا با استفاده از خواص دوزنقه، قابل انتقال و ترسیم است.

۷-۳- استوانه

استوانه و احجام استوانه‌ای در صنایع فلزی بسیار اهمیت دارند. لوله‌ها، کانال‌های استوانه‌ای، بیشتر زانوها، ... استوانه‌ای هستند.

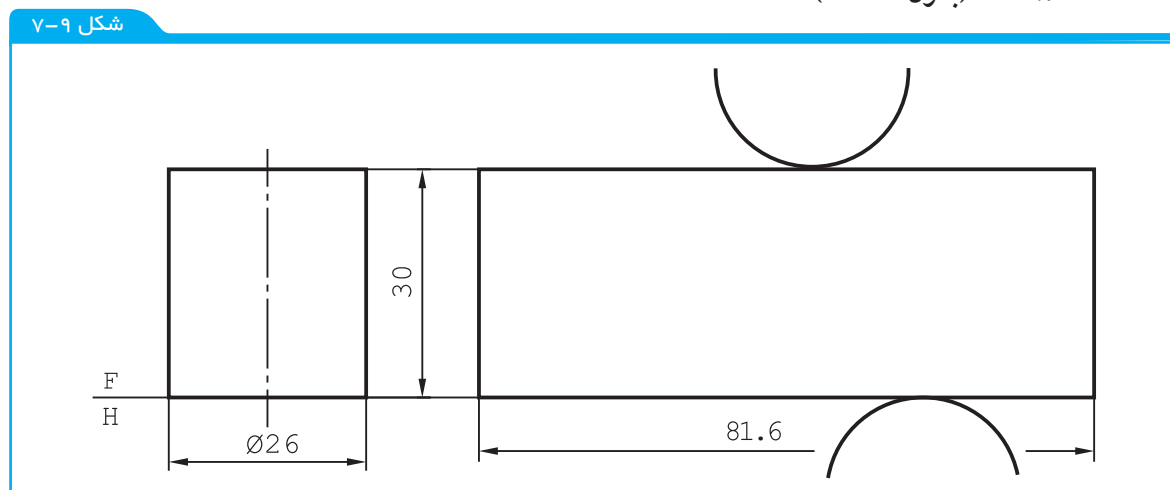
۷-۳-۱- گسترش استوانه: استوانه را به دو روش می‌توان گسترش داد.

الف) روش دقیق: استوانه‌ای با اندازه‌های شکل ۷-۸ را در نظر می‌گیریم، که باید به گونه‌ای کامل گسترش داده شود.



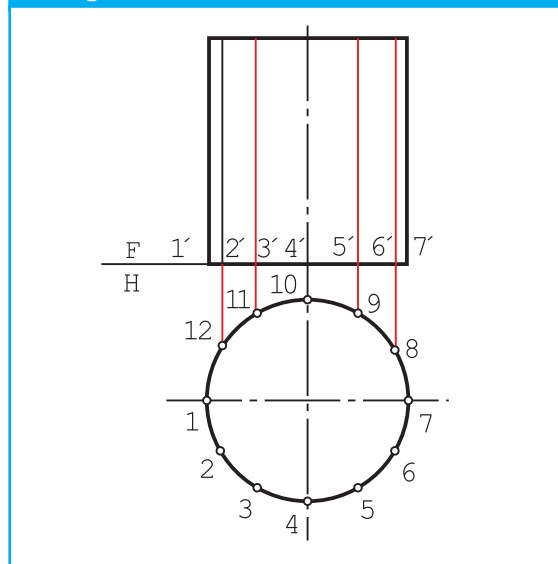
- گسترش یک مستطیل است با عرض ۳۰ و طول $26 \times \frac{3}{14}$ به همراه دو دایره به قطر ۲۶ (شکل ۷-۹). اگر D قطر قاعده و H ارتفاع باشد سطح جانبی عبارت است از:

$$A = \pi DH \text{ (بدون قاعده‌ها)}$$



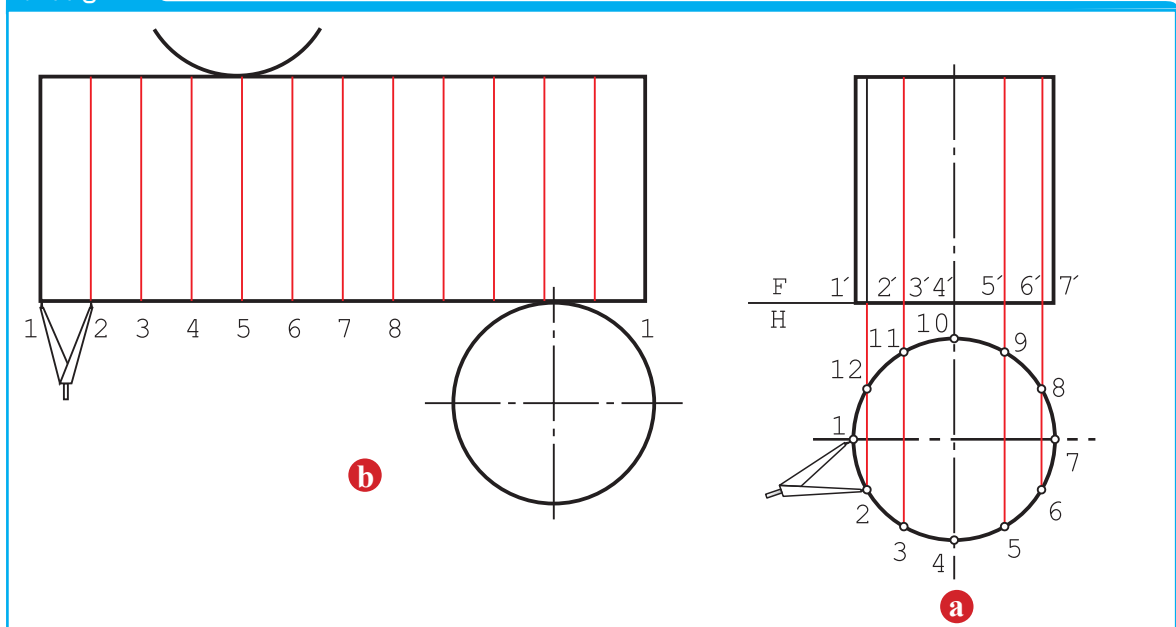
ب) روش تقریبی - می توان قاعده‌ی استوانه را تقسیم کرد و طول گسترده را از جمع این قسمت‌ها به دست آورد.
در شکل ۱۰-۷ به کمک گونیای $30^\circ \times 60^\circ$ قاعده را به ۱۲ قسمت کردیم.

شکل ۱۰-۷



- در حقیقت مانند آن است که به جای استوانه، یک منشور با قاعده‌ی ۱۲ ضلعی منتظم را در نظر گرفته‌ایم.
- برای رسم گسترش، ابتدا نقطه‌ی ۱ انتخاب شد که جای باز شدن بدنه‌ی استوانه است. (شکل ۱۱-۷).

شکل ۱۱-۷



- دهانه‌ی پرگار تقسیم به اندازه‌ی ۱۲ باز شد.

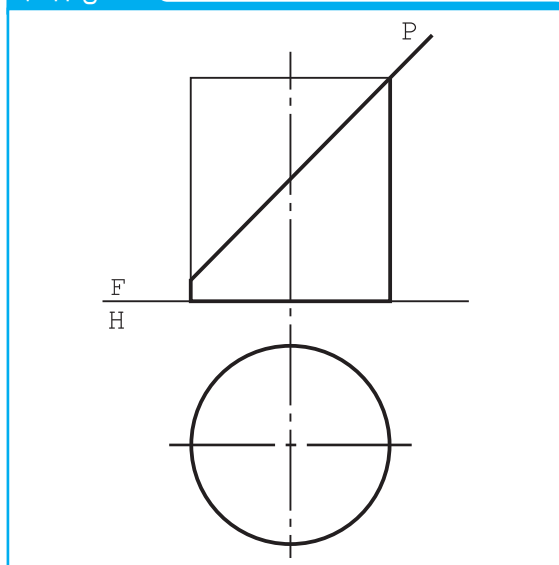
- دوازده قسمت پیاپی، با پرگار تقسیم روی گسترده جدا شد و شکل تکمیل گردید. همان گونه که دیده می شود، طول گسترده با طول حاصل از محاسبه دقیقاً یک اندازه نیست، زیرا $12 > 12$ ، با این توضیح که خطای حاصل قابل توجه

نیست.^(۱) افزون بر آن، اگر دقت بیشتر لازم باشد می توان دایره را مثلاً به ۱۶ یا ۲۴ قسمت کرد. (چگونه؟)

۷-۳-۲- استوانه برش خورده: استوانه‌ای که با یک صفحه‌ی منتصب بریده شده مطابق شکل (۷-۱۲) است.

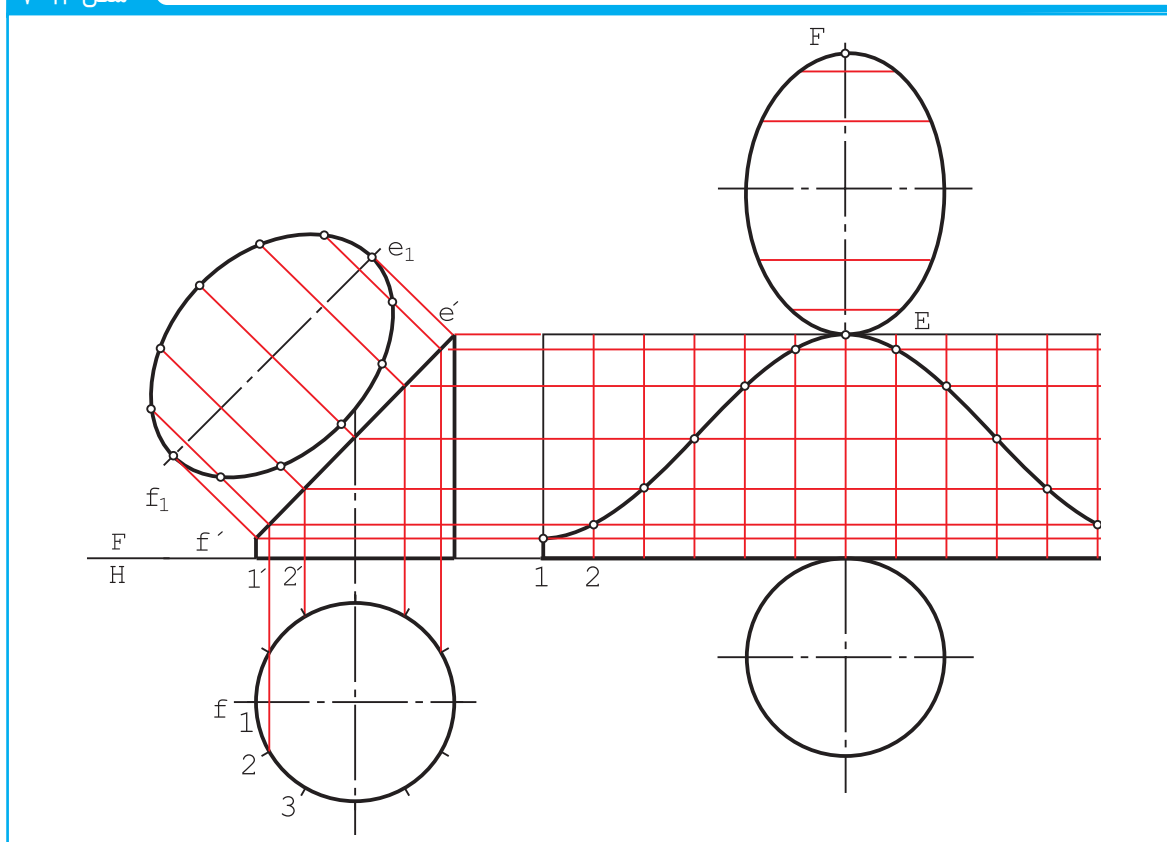
نمای روبه‌رو و نمای افقی کامل است.

شکل ۷-۱۲



پس از تعیین اندازه‌ی حقیقی مقطع، با استفاده از خط‌های کمکی موجود روی نمای روبه‌رو، گسترش را رسم می‌کنیم (شکل ۷-۱۳).

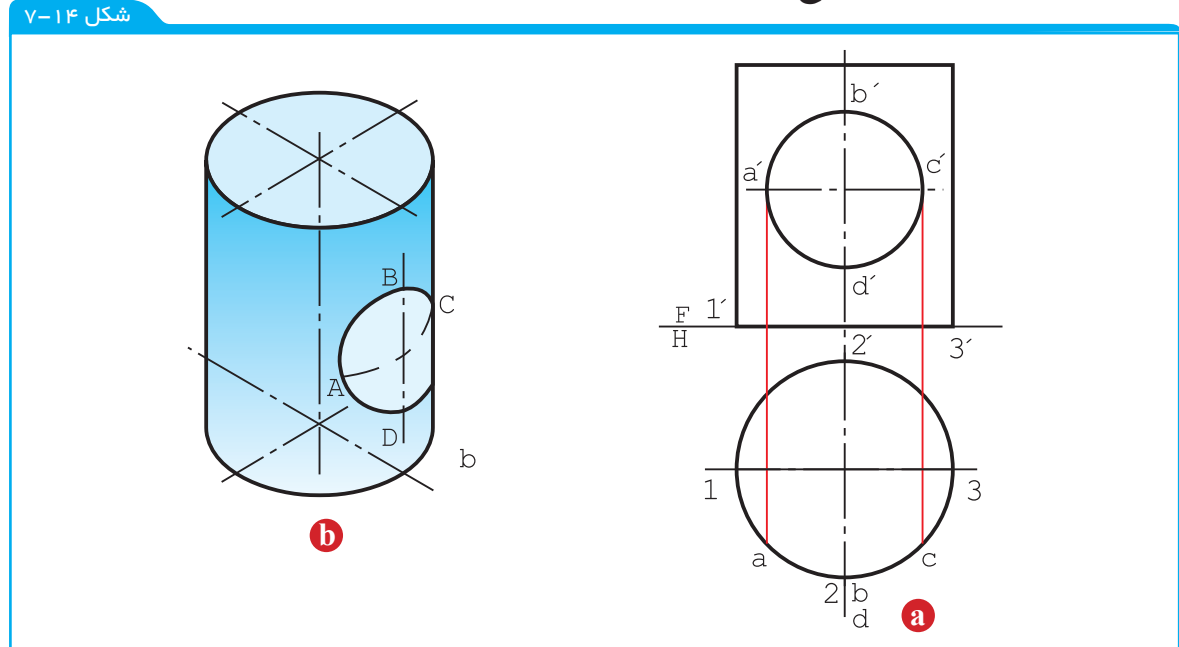
شکل ۷-۱۳



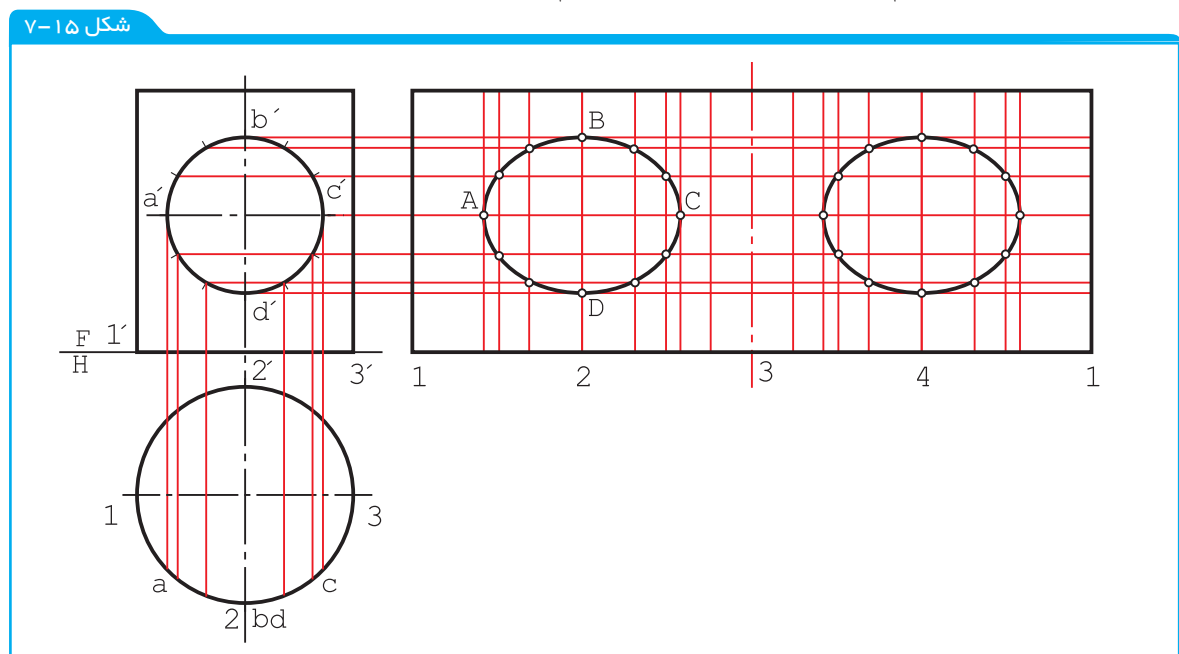
۱- با ۱۲ قسمت، خط حدود ۰.۲٪ و با ۲۴ قسمت، خط حدود ۰.۰۶٪ خواهد بود.

- در گسترش با انتخاب FE، مقطع f_1e_1 را منتقل کردیم.

۷-۳-۳- استوانه با سوراخ: روی یک لوله‌ی استوانه‌ای نازک، سوراخی به شکل دایره در نمای روبه‌رو ایجاد شده است (شکل ۱۴-۷). اگر سوراخ در هر دو طرف باشد، گسترش چیست؟

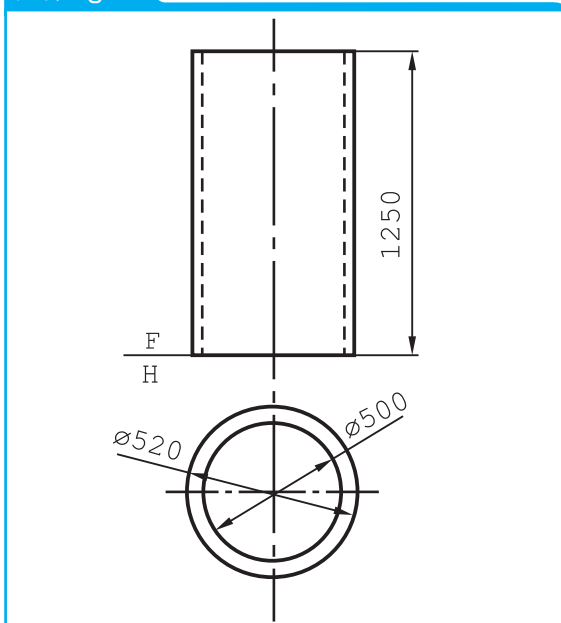


- بهتر است برای رسم گسترش، دایره‌ی ABCD تقسیم شود (شکل ۱۵-۷).



- خط‌های کمکی مربوط به قسمت‌ها رسم شد.

- دیده می‌شود که بدنه‌ی استوانه در نمای افقی به اندازه‌های مساوی تقسیم نشده است، که اشکالی ندارد. حال،



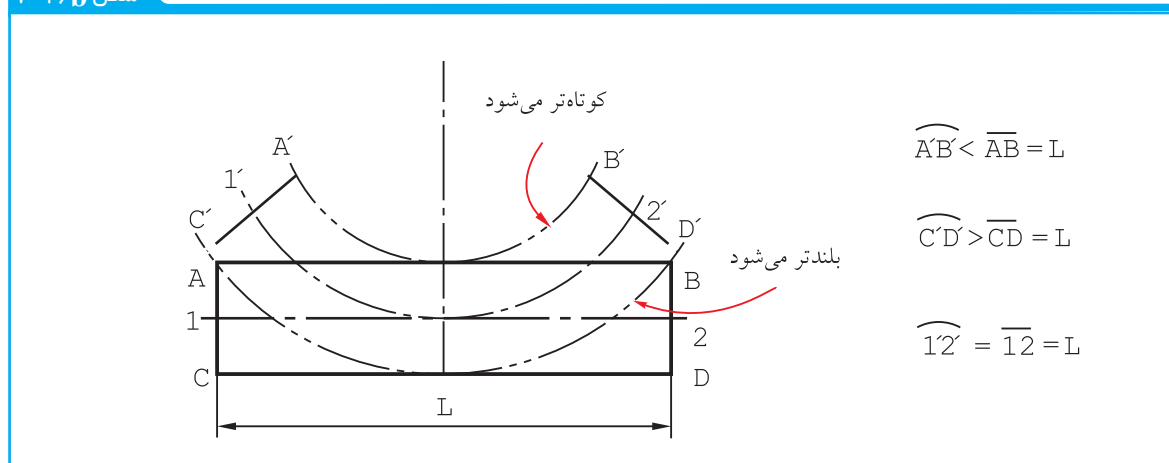
در گسترش قسمت‌های نامساوی را، با شروع از a به دنبال هم منتقل می‌کنیم. ضمناً برای محاسبه‌ی دقیق‌تر فاصله‌ی a تا a در نمای افقی دو قسمت می‌کنیم.

- وقتی در گسترش به نقطه‌ی ۲ رسیدیم، تا مولد شماره‌ی ۳ را قرینه در نظر می‌گیریم.

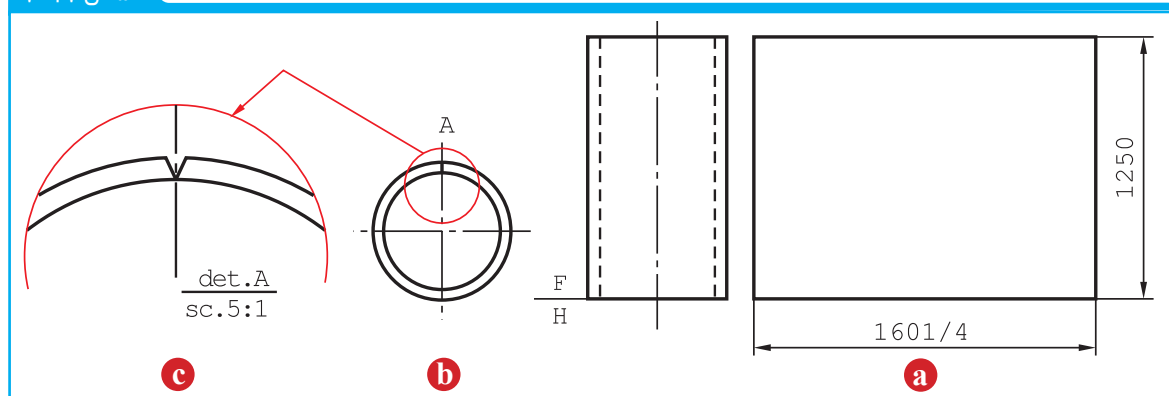
- همه‌ی شکل، نسبت به مولد شماره‌ی ۳، در گسترش تقارن دارد که به راحتی به دست می‌آید.

۴-۳-۷ گسترده‌ی لوله - لوله‌ی بزرگی به قطر ۵۰۰ و طول ۱۲۵۰، باید از ورق به ضخامت ۱۰ ساخته شود. گسترش دقیق‌تر چیست؟ (شکل ۱۶a-۷).

چون با خم کردن یک ورق کلفت، سطح خارجی کشیده و طول آن اضافه می‌شود و سطح داخلی فشرده و طول آن کم می‌شود، باید لایه‌ی میانی ورق را در نظر بگیریم (شکل b ۱۶ - ۷).



در نتیجه طول مورد گسترش باید طول لایه‌ی میانی ورق یعنی دایره‌ای به قطر ۵۱۰ باشد (شکل ۱۷-۷).





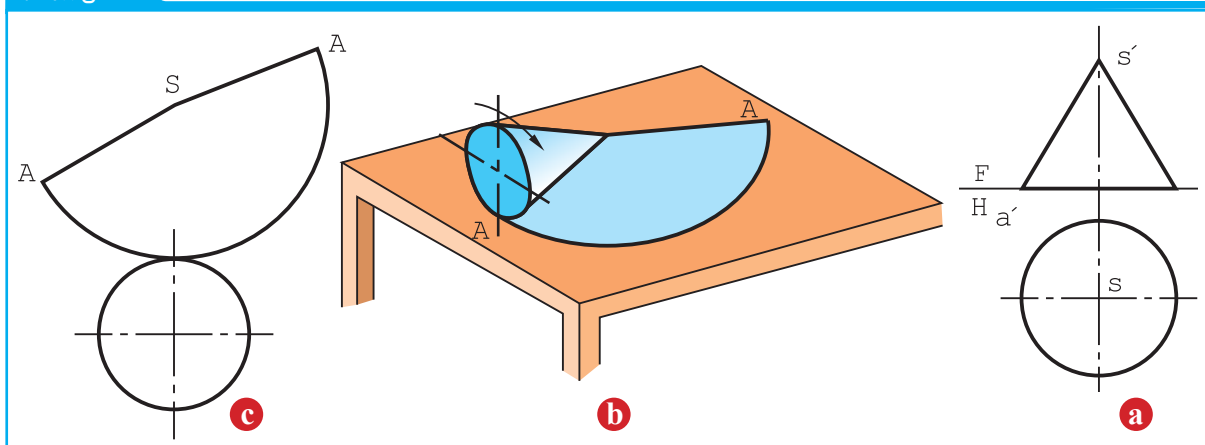
توجه: می‌توان پیش از خم کاری یا پس از آن، درز جوش مناسب را پیش‌بینی و ایجاد کرد.^(۱)

۷-۴- گسترش مخروط

یک مخروط را می‌توان به دو روش دقیق و تقریبی گسترانید.

یک مخروط به صورت قطاعی از دایره گسترش می‌یابد. شعاع این قطاع طول مولد یعنی L و طول کمان آن برابر محیط قاعده‌ی مخروط یعنی πD خواهد بود. پس $A = \pi L \cdot D$ است (سطح جانبی)، شکل ۱۸-۷.

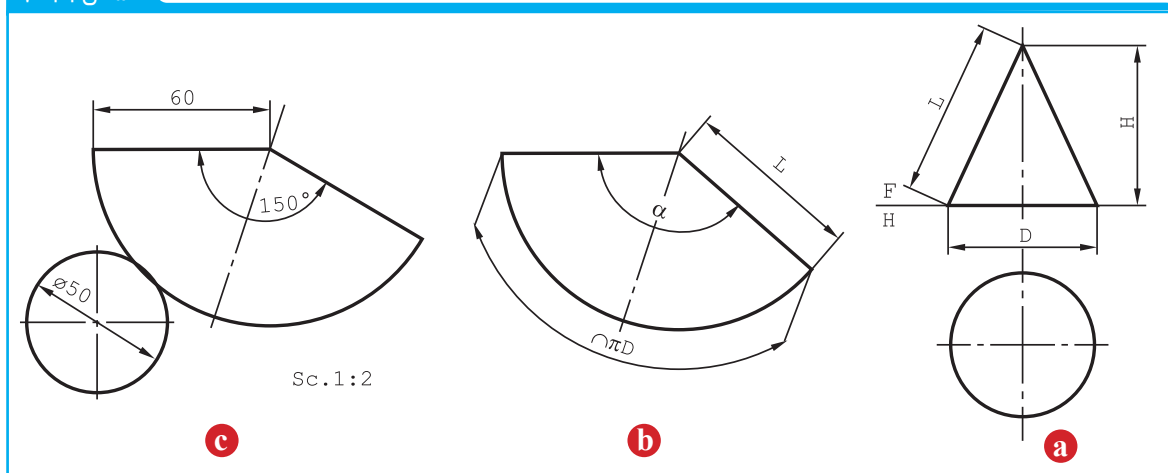
شکل ۱۸-۷



۱-۷-۴- گسترش دقیق: برای گسترش مخروط داده شده در شکل ۱۸-۷، می‌توان زاویه‌ی قطاع دایره، یعنی

α را از رابطه‌ی $\alpha = \frac{D}{L} \cdot 180^\circ$ به دست آورد. (شکل ۱۹-۷).

شکل ۱۹-۷



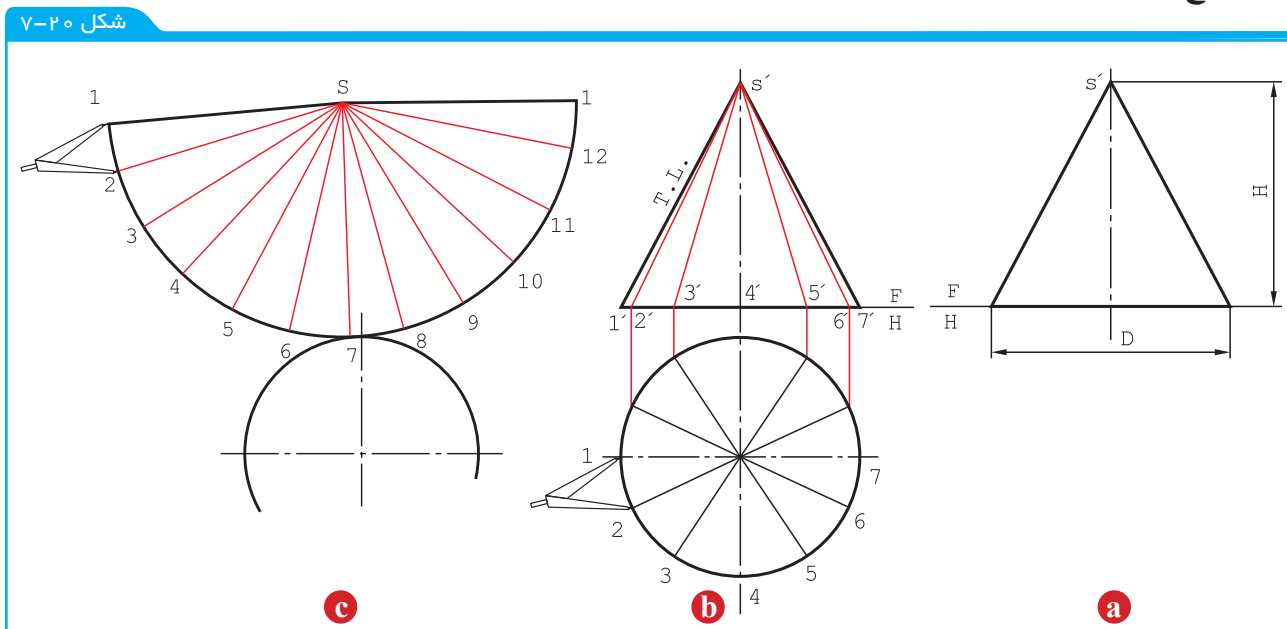
برای نمونه، گسترده‌ی مخروط با $L = 60$, $D = 50$ انجام شد که در آن $\alpha = \frac{50}{60} \times 180^\circ = 150^\circ$ است. بنا براین

کافی است دایره‌ای را با شعاع $L = 60$ رسم و زاویه‌ی 150° درجه را مشخص کنیم.

۱- همچنین ممکن است، استاد کاران مسائل دیگری را هم در نظر داشته باشند.

در این جا یادآوری این نکته لازم است که معمولاً در معرفی یک مخروط، ارتفاع و قطر قاعده داده می شود. پس برای تعیین مولد، بعد از رسم شکل دقیق، مولد اندازه گیری می شود.^(۱)

۷-۴-۲- روش تقریبی: اما روشی که دقت مناسب هم دارد، روشی است که طی آن پس از رسم دایره‌ای با شعاع مولد مخروط، محیط قاعده‌ی به طور تقریبی روی آن منتقل می شود (شکل ۷-۲۰).



- قاعده به ۱۲ قسمت تقسیم شد (در این جا مساوی است، ولی می تواند نامساوی هم باشد).

۱- یا طبق رابطه $L = \frac{\sqrt{D^2 + H^2}}{2}$ محاسبه می شود.

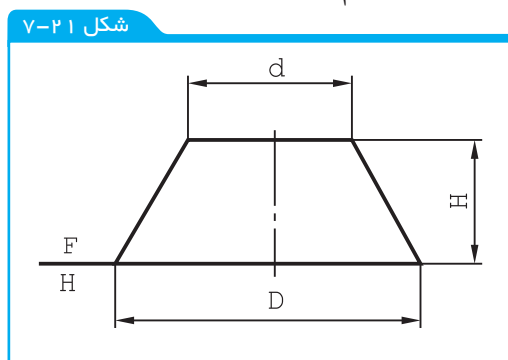
a- به کمک رابط، دوازده مولد روی بدنه‌ی مخروط رسم شد.

- خط $\overline{S_1}$ ، با اندازه‌ی حقیقی مولد، در جای مناسبی رسم شد.

- دهانه‌ی پرگار به اندازه‌ی ۱۲ در نمای افقی باز و دوازده قسمت پی در پی روی کمان رسم شده با شعاع L ،

جدا شد. گسترده‌ی بدنه‌ی مخروط به دست آمده است.^(۱)

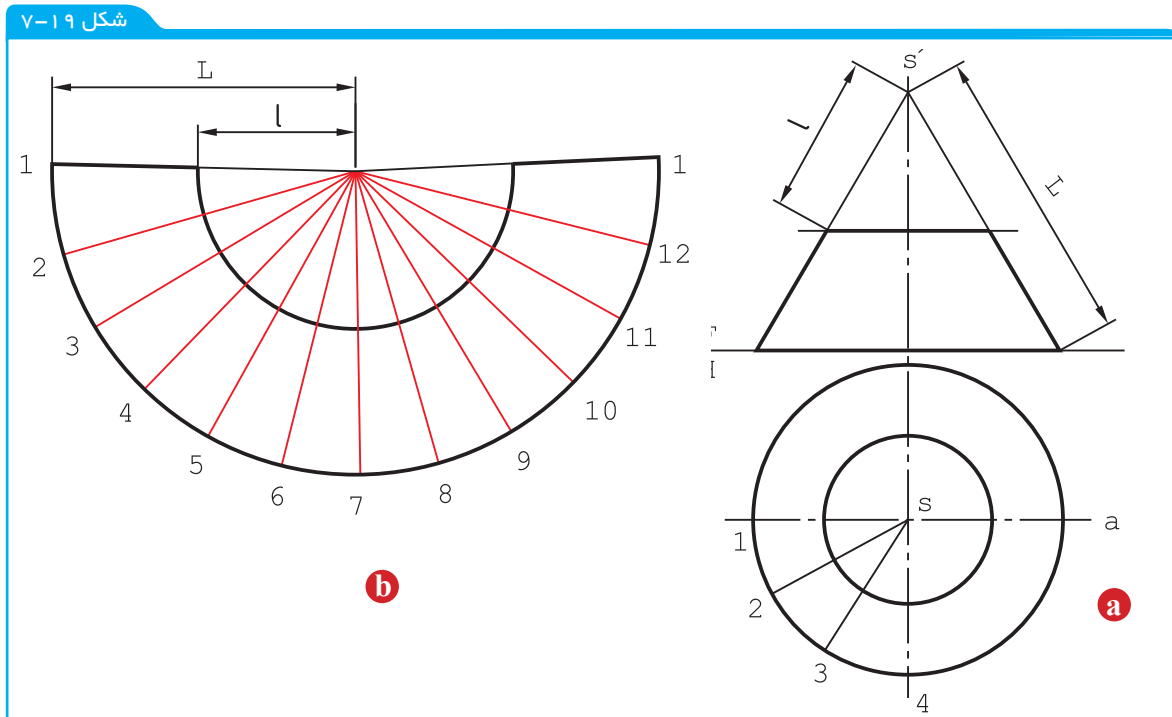
۷-۴-۳- مخروط ناقص با رأس معلوم: برای مخروط ناقص (شکل ۷-۲۱)



۱ - می توان آن را با گسترش یک هرم با قاعده‌ی دوازده ضلعی منتظم مشابه دانست.

ترتیب کار چنین است:

– مولدها امتداد داده شد تا S' یا نوک مخروط به دست آمد. (شکل ۲۲ – ۷).



– قاعده‌ی بزرگ تقسیم شد.

– کمانی با شعاع L رسم و در حقیقت گسترش مخروط بزرگ ترسیم شد.

– پس از تعیین طول کمان لازم، یعنی رسم گسترده‌ی مخروط بزرگ، کمان دیگری با شعاع L ، گسترش مخروط ناقص به دست آمد. به عبارت دیگر گسترده‌ی مخروط کوچک از آن کم شد.

۴-۴-۷ – گسترش مخروط ناقص با رأس نامعلوم: اگر رأس مخروط ناقص در دسترس نباشد، یعنی طول مولد L خیلی زیاد باشد^(۱)، می‌توان آن را با روش مثلث‌بندی^(۲) گسترش داد.

در شکل ۲۳ – ۷ دیده می‌شود که با امتداد مولدها، فاصله‌ی S' یعنی نوک خیلی زیاد است.

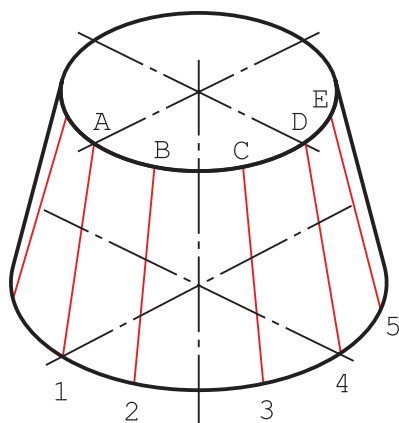
بنابراین طبق شکل ۲۴ – ۷، می‌توان بدنه‌ی مخروط را به چند دوزنقه‌ی متساوی تقسیم کرد.

۱۲AB یک نمونه از این دوزنقه‌ها است.

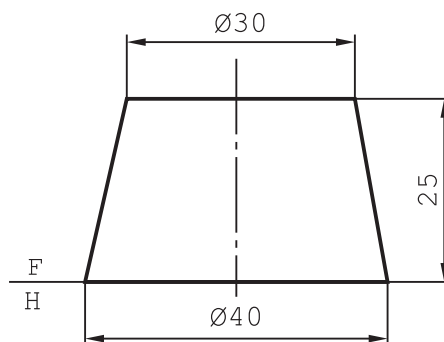
۱ – یعنی باریک شدگی مخروط کم باشد.

۲ – که به آن روش چلنگری هم گفته‌اند.

شکل ۲-۲۴



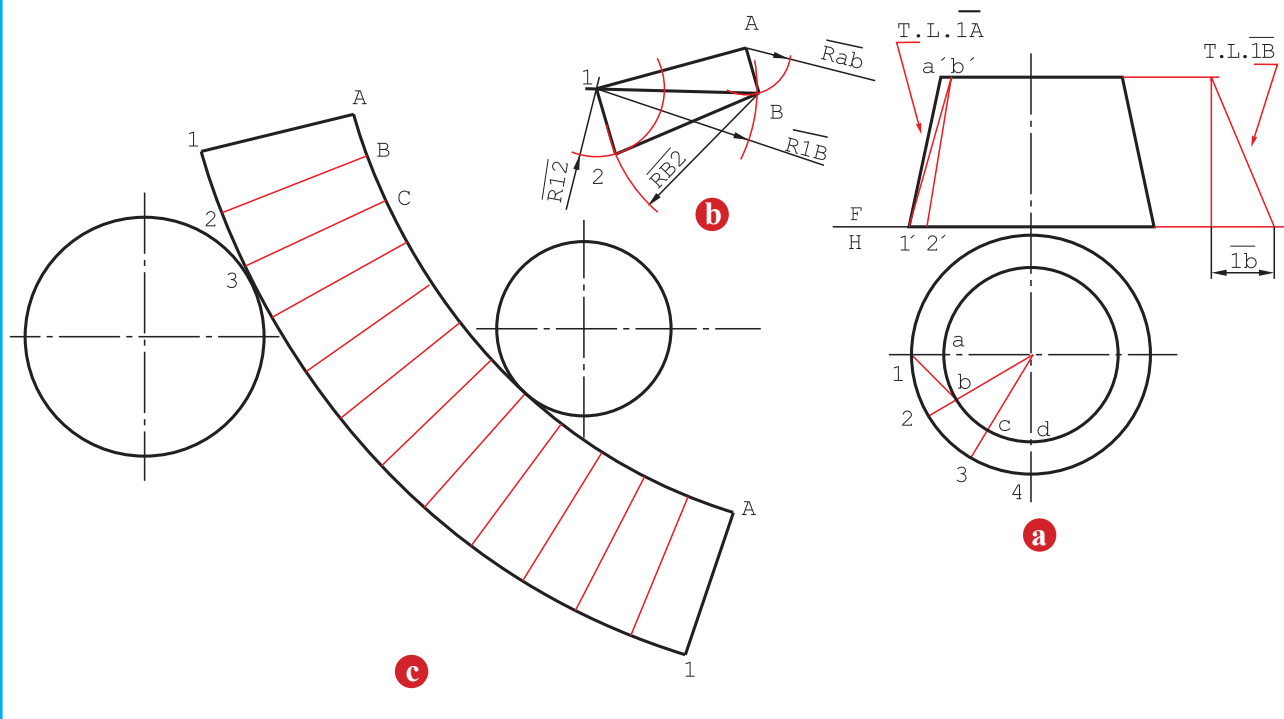
شکل ۷-۲۳



برای رسم این دوزنقه، نیاز به تعیین اندازه‌ی حقیقی $\overline{1B}$ هست.^(۱)

- در شکل ۲۵ - ۷ اندازه‌ی حقیقی $\overline{1B}$ به روش ترسیم تعیین شد.

شکل ۷-۲۵



- $\overline{A1}$ با اندازه‌ی حقیقی در جای مناسب رسم شد.

- به شعاع $\overline{AB}$ ، از A و به شعاع $\overline{1B}$ از ۱ کمان زده شد. مثلث $A1B$ به دست آمد.

- به شعاع‌های $\overline{B2}$ (برابر $\overline{1A}$) و $\overline{12}$ دو کمان دو کمان به مرکزهای B و ۱ زده می‌شود. دوزنقه‌ی $AB12$ کامل است.

۱ - توجه شود که طول‌هایی مانند $\overline{ab}$ ، $\overline{12}$ و $\overline{a'1'}$ همه اندازه‌ی حقیقی هستند (چرا؟)